

نكاهن دوباره به معادله Ward : معادله Ward رابطه نكاهن دگرى مى نويسيم :

$$S_F^{-1}(P) S_F(P) = 1$$

در بايستن رن رسته $S_F' = S_F$

$$\Rightarrow \frac{\partial S_F^{-1}}{\partial p_\mu} S_F + S_F^{-1} \frac{\partial S_F}{\partial p_\mu} = 0 \Rightarrow \frac{\partial S_F}{\partial p_\mu} = -S_F \frac{\partial S_F}{\partial p_\mu} S_F = -S_F \delta_{\mu\nu} S_F \quad (I)$$

انشارر bare بين برهمنش

رزه به قبل درنسيم : $\Gamma_\mu = \delta_{\mu\nu}$

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} \left(\frac{1}{\delta_{\mu\nu}} \right) = \frac{1}{\delta_{\mu\nu}} \delta_{\mu\nu} = 0$$

كدرن رسته صديت دگرى نكاهن هتم به اين صديت خواهد بود :

نكاهن مشتق نكاهن از انشارر bare نسبت به p_μ صفا با دارد كرن كى خط فونونى با نكاهن صفاست.

مرسته دوم معادله Ward

$$G_c^{(2)}(P) = G_0(P) + G_0(P) \frac{\Sigma(P)}{i} G_0(P) + G_0(P) \frac{\Sigma(P)}{i} G_0(P) \frac{\Sigma(P)}{i} G_0(P) + \dots$$

از نكاهن بايستن رابطه دريم :

Complete electron propagator

$$i S_F' = i S_F + i S_F \frac{\Sigma}{i} i S_F + i S_F \frac{\Sigma}{i} i S_F \frac{\Sigma}{i} i S_F + \dots = i S_F \left(1 + \frac{\Sigma}{i} (i S_F + i S_F \frac{\Sigma}{i} i S_F + \dots) \right)$$

$$\Rightarrow S_F^{-1} = \frac{1 + \Sigma S_F'}{S_F'} = S_F'^{-1} + \Sigma \Rightarrow S_F'^{-1} = S_F^{-1} - \Sigma$$

$$\Rightarrow \text{مشتق : } \frac{\partial}{\partial p_\mu} S_F'^{-1} = \frac{\partial}{\partial p_\mu} S_F^{-1} - \frac{\partial}{\partial p_\mu} \Sigma \Rightarrow -\frac{\partial \Sigma(P)}{\partial p_\mu} = \Lambda_\mu(P, 0, P) \quad II$$

$$7.12 \text{ رابطه : } \Lambda_\mu(P, 0, P) = \delta_{\mu\nu} \text{ در مرسته اول}$$

از رابطه * واضح است كه ح (صدم جزلانوى) تفاوت

بين انشارر bare و انشارر رسته complete است.

$$S_F' = \text{diagram with loop} + \dots$$

بين از روى نكاهن، مقابله متوجه مى شويم كه در مرسته دوم، ح هم دوم عودار با است.

قديا نكاهن كه مشتق نكاهن نسبت به p_μ كى خط

فونونى را ايجاد مى كنند و عودار دوم اين شكل همان

$$\frac{\partial \Sigma(P)}{\partial p_\mu} \text{ است كه } \Lambda_\mu \text{ مى باشد. بن از روى عودار بن توان دنت :}$$

$$\Gamma_\mu(P, 0, P+0) = \text{diagram with loop and photon}$$

$$\text{diagram with loop and photon}$$

$$\frac{i}{(p-k) \cdot \delta - m} = S_F(p-k)$$

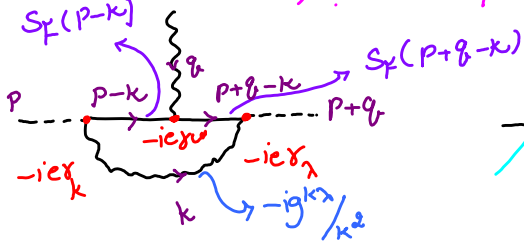
$$\Sigma = (-ie)^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \gamma_\nu S_F(p-k) \gamma_\mu \frac{(-i)}{k^2} g_{\mu\nu}$$

$$= +ie^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \gamma^\nu S_F(p-k) \gamma_\nu$$

ضرب راس برهمنش
كردن فونون در مرسته دوم

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial p_\mu} = +ie^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \delta^\nu \frac{\partial}{\partial p_\mu} S_F(p-k) \gamma_\nu$$

$$(I) \text{ (نمایی)} : -S_F(p-k) \gamma_\mu S_F(p-k)$$



حال (نمونه) 2: $\Lambda_\mu(p, q, p+q)$ را بدست می آوریم:

$$-ie\Lambda_\mu(p, q, p+q) = (-ie) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta_\lambda S_F(p+q-k) \gamma_\mu S_F(p-k) \times \delta_k \frac{-ig\gamma_\lambda}{k^2}$$

$$\Rightarrow \Lambda_\mu(p, q, p+q) = ie^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta_\lambda S_F(p+q-k) \gamma_\mu S_F(p-k) \delta^\lambda$$

در این ترتیب، رابطه II در حد $q \rightarrow 0$ قرار است.

Becchi-Rouet-Stora transformation

عبارت نموده‌ای تحت تبدیلات بی‌نهایتی را در گروه‌های مترسیمی بررسی می‌کنیم:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} + \underbrace{\mathcal{L}_{G.F.} + \mathcal{L}_{F.P.G.}}_{-\frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\nu^a)^2}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{F.P.G.} &= -\bar{\eta}^a (\delta^{ab} \square - g f^{abc} \partial^\mu A_\mu^c - g f^{abc} A_\mu^c \partial^\mu) \eta^b \\ &= -\bar{\eta}^a \square \eta^a + g f^{abc} \bar{\eta}^a (\partial^\mu A_\mu^c + A_\mu^c \partial^\mu) \eta^b \end{aligned}$$

عبارات مشتق کامل را نادیده می‌گیریم:

$$\mathcal{L}_{F.P.G.} = \partial^\mu \bar{\eta}^a \left\{ \partial_\mu \eta^a - g f^{abc} \bar{\eta}^a A_\mu^c \eta^b \right\}$$

$$\text{تعریف: } (D_\mu \eta)^a = \partial_\mu \eta^a - ig A_\mu^b (T^b)_{ac} \eta^c = \partial_\mu \eta^a + g f^{abc} A_\mu^b \eta^c$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_{F.P.G.} = \partial^\mu \bar{\eta}^a (D_\mu \eta)^a = -\bar{\eta}^a \partial^\mu D_\mu \eta^a + \text{مشتق کامل}$$

آنفون رفتار $\mathcal{L}_{eff}$ را تحت تبدیلات بی‌نهایتی بررسی می‌کنیم.

در حد تبدیلات ∞ کوچک داریم:

$$A_\mu^a \rightarrow A_\mu^a + f^{abc} A_\mu^b \omega^c + \frac{1}{g} \partial_\mu \omega^a$$

$$= A_\mu^a + \frac{1}{g} (D_\mu \omega)^a \Rightarrow \delta A_\mu^a = \frac{1}{g} (D_\mu \omega)^a$$

$$\omega^a \equiv -\eta^a \lambda$$

یک پارامتر گراسمانی ثابت λ تعریف می‌کنیم: $\lambda^2 = 0$

$$\omega^a \omega^b = \eta^a \lambda \eta^b \lambda = -\eta^a \eta^b \lambda^2 = 0 \quad \text{چون} \quad \omega \text{ و } \lambda \text{ وایزر صفر هستند}$$

$\rightarrow \delta A_\mu^a = -\frac{1}{g} (D_\mu \eta)^a \lambda^*$
 $\delta \eta^a = -\frac{1}{2} f^{abc} \eta^b \eta^c \lambda$
 $\delta \bar{\eta}^a = -\frac{1}{2} g (\partial^\mu A_\mu^a) \lambda$

BRS transformation
 حال اگر همزمان با این تبدیل بیانهای η و $\bar{\eta}$ هم بصورت مستقل عوض شوند،
 می توانیم نشان دهیم که تحت این تبدیلات، $\mathcal{L}_{eff}$ ناورد می ماند.
 $\delta \mathcal{L} = 0$

$\delta \mathcal{L}_{G.F.} = -\frac{1}{2} \times 2 (\partial_\mu A^\mu)^a \delta (\partial_\mu A^\mu)^a$
 $\partial_\mu \delta A^\mu = \partial_\mu \left[\frac{1}{g} (D_\mu \eta)^a \lambda \right]$
 $\mathcal{L}_{G.F.} = -\frac{1}{2} (\partial_\mu A^\mu)^2$
 $\mathcal{L}_{F.P.G} = -\bar{\eta}^a \partial^\mu D_\mu \eta^a$
 $\delta \mathcal{L}_{F.P.G} = -(\delta \bar{\eta}^a) \partial^\mu D_\mu \eta^a - \bar{\eta}^a \partial^\mu \delta (D_\mu \eta^a) = -\frac{1}{2} g (\partial^\nu A_\nu)^a \partial^\mu D_\mu \eta^a \lambda - \bar{\eta}^a \partial^\mu \delta (\dots)$
 این جمله با جمله $\delta \mathcal{L}_{G.F.}$ حذف می شود.

$\Rightarrow \delta \mathcal{L}_{eff} = -\bar{\eta}^a \partial^\mu \delta (D_\mu \eta^a) \stackrel{?}{=} 0$
 $\delta (D_\mu \eta^a) = \delta (\partial_\mu \eta^a + g f^{abc} A_\mu^b \eta^c) = \partial_\mu (\delta \eta^a) + g f^{abc} (\delta A_\mu^b) \eta^c + g f^{abc} A_\mu^b (\delta \eta^c)$
 $-\frac{1}{2} g f^{abc} \eta^b \eta^c \lambda$

$\partial_\mu \eta^a = -\frac{1}{2} f^{abc} \partial_\mu (\eta^b \eta^c) = -\frac{1}{2} f^{abc} \{ (\partial_\mu \eta^b) \eta^c + \eta^b (\partial_\mu \eta^c) \}$
 $= -\frac{1}{2} f^{abc} (\partial_\mu \eta^b) \eta^c + \frac{1}{2} f^{abc} (\partial_\mu \eta^c) \eta^b = -f^{abc} (\partial_\mu \eta^b) \eta^c$
 $\delta (D_\mu \eta^a) = -f^{abc} (\partial_\mu \eta^b) \eta^c \lambda - f^{abc} (\partial_\mu \eta^b) \lambda \eta^c - g f^{abc} f^{bmn} A_\mu^m \eta^n \lambda \eta^c$
 $-g \frac{1}{2} f^{abc} f^{cmn} A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda$
 $= g f^{abc} f^{bmn} A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda + g \frac{1}{2} f^{amc} f^{cnb} A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda + g \frac{1}{2} f^{amc} f^{cnb} A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda + g \frac{1}{2} f^{amc} f^{cnb} A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda$
 $= g (-f^{apm} f^{pbn} + f^{amp} f^{pnb}) A_\mu^b \eta^m \eta^n \lambda = 0 \Rightarrow \delta \mathcal{L}_{eff} = 0$
 رابطه $f^{abc} f^{cmn} = -f^{amc} f^{cnb} - f^{anc} f^{cbm}$ را به کار بردیم.

$\delta^2 A_\mu^a = \delta (\delta A_\mu^a) = -\frac{1}{g} \delta (D_\mu \eta)^a \lambda = 0$
 $\delta^2 \eta^a = \delta (\delta \eta^a) = -\frac{1}{2} f^{abc} \delta (\eta^b \eta^c) \lambda = -\frac{1}{2} f^{abc} \{ (\delta \eta^b) \eta^c + \eta^b (\delta \eta^c) \} \lambda = 0$
 $\delta^2 \bar{\eta}^a = \delta (\delta \bar{\eta}^a) = -\frac{1}{2} g \partial^\mu (\delta A_\mu^a) \lambda = 0$
 این اپراتور $\delta^2 = 0$ است و در اصطلاحاً گفته می شود nilpotent است.

اکنون تبدیل BRS را بررسی می کنیم. $S.T$ را به صورت $\bar{\eta} \eta$ که تبدیل محاله word در QED است.

Slavnov-Taylor identities

مناسب تر است که به جای این که با ۲ source در تابع مولد کار کنیم، ۲.۵ کار کنیم:

$$\mathcal{I}(s, x, y; u, v) = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} e^{i \mathcal{L}_{tot}} dx$$

$$\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L}_{eff} + S_\mu^a A_\mu^a + \underbrace{x^a \eta^a + y^a \bar{\eta}^a}_{\text{گراسان}} + \underbrace{u_\mu^a (\frac{1}{g} D^\mu \eta)^a + v^a (-\frac{1}{2} f^{abc} \eta^b \eta^c)}_{\text{گراسان}} \quad \text{III}$$

این دو جمله‌ی گراسان را اضافه کرده، تغییرات برابر صفر دارند.
حال برای محاسبه آخر چک می‌کنیم:

$$f^{abc} \delta(\eta^b \eta^c) = f^{abc} (\delta \eta^b) \eta^c + f^{abc} \eta^b (\delta \eta^c) = 2 f^{abc} (\delta \eta^b) \eta^c - \frac{1}{2} f^{bmn} \eta^m \eta^n \lambda$$

$$= -f^{acb} f^{bmn} \eta^m \eta^n \eta^c \lambda$$

$$\frac{1}{3} (\eta^m \eta^n \eta^c + \eta^c \eta^m \eta^n + \eta^n \eta^c \eta^m)$$

$$= -\frac{1}{3} \left\{ f^{acb} f^{bmn} \eta^m \eta^n \eta^c + f^{acb} f^{bmn} \eta^m \eta^n \eta^c + f^{acb} f^{bmn} \eta^m \eta^n \eta^c \right\} \lambda$$

$$= -\frac{1}{3} \left\{ f^{acb} f^{bmn} + f^{amb} f^{bnc} + f^{anb} f^{bcm} \right\} \eta^m \eta^n \eta^c \lambda = 0$$

حال برای محاسبه تغییرات BRG measure، وارد می‌شویم.

$$\eta^a \rightarrow \eta'^a = \eta^a + \delta \eta^a - \frac{1}{2} f^{abc} \eta^b \eta^c \lambda$$

$$\bar{\eta}^a \rightarrow \bar{\eta}'^a = \bar{\eta}^a + \delta \bar{\eta}^a - \frac{1}{2g} (\partial^\mu A_\mu^a) \lambda$$

$$A_\mu^a \rightarrow A_\mu'^a = A_\mu^a + \delta A_\mu^a = A_\mu^a - \frac{1}{g} (\partial_\mu \eta^a + g f^{abc} A_\mu^b \eta^c) \lambda$$

$$\int \mathcal{D}A'_\mu \mathcal{D}\eta' \mathcal{D}\bar{\eta}' = J \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} \quad ; \quad J = \begin{vmatrix} \frac{\partial A'_\mu}{\partial A} & \frac{\partial A'_\mu}{\partial \eta} & \frac{\partial A'_\mu}{\partial \bar{\eta}} \\ \frac{\partial \eta'}{\partial A} & \frac{\partial \eta'}{\partial \eta} & \frac{\partial \eta'}{\partial \bar{\eta}} \\ \frac{\partial \bar{\eta}'}{\partial A} & \frac{\partial \bar{\eta}'}{\partial \eta} & \frac{\partial \bar{\eta}'}{\partial \bar{\eta}} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial A'_\mu^a(x)}{\partial A_\nu^b(y)} = \delta^{ab} \delta_\mu^\nu \delta(x-y) - \frac{f^{abc}}{g} \delta_\mu^\nu \delta(x-y) \eta^c \lambda = \delta_\mu^\nu \delta(x-y) [\delta^{ab} - f^{abc} \eta^c \lambda]$$

$$\frac{\partial \eta'^a(x)}{\partial \eta^b(y)} = \delta^{ab} \delta(x-y) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta^b} (f^{amn} \eta^m \eta^n) \lambda \delta(x-y) = \delta(x-y) [\delta^{ab} + f^{abc} \eta^c \lambda]$$

بطریقی که در کتاب مشتق را می‌گیریم که این علامت در صورت مثبت بدست می‌آید.

$$\frac{\partial \bar{\eta}'^a(x)}{\partial \bar{\eta}^b(y)} = \delta^{ab} \delta(x-y) \quad \frac{\partial A'_\mu^a(x)}{\partial \eta^b(y)} = -f^{abc} A_\mu^b \delta_{bc} \eta = 0$$

$$\Rightarrow J = \begin{vmatrix} 1 - f\eta\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 + f\eta\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1 - f\eta\lambda)(1 + f\eta\lambda) = 1 - f\eta\lambda f\eta\lambda = 1 \quad \lambda^2 = 0$$

measure of gauge invariance. آنکه در رابطه III، $\mathcal{L}_{eff}$ تحت تبدیلات BRST ناورد است. دوجه آخر نیز بررسی می‌کنیم که تحت تبدیلات ناورد است و فقط به source باقی می‌ماند که تحت این تبدیلات، تغییری ندهد:

$$\mathcal{L}_{tot} \xrightarrow{BRST} \mathcal{L}_{tot} + x^a \delta \eta^a + y^a \delta \bar{\eta}^a + S_{\mu}^a \delta A_{\mu}^a$$

$$\mathcal{Z} \xrightarrow{BRST} \mathcal{Z}' = \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} e^{iS + i \int (S_{\mu}^a \delta A_{\mu}^a + x^a \delta \eta^a + y^a \delta \bar{\eta}^a) dx}$$

exp رابطه ی صحیح: $\mathcal{Z} \longrightarrow \mathcal{Z}' = \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} e^{iS} [1 + i \int (S_{\mu}^a \delta A_{\mu}^a + x^a \delta \eta^a + y^a \delta \bar{\eta}^a) dx]$ دوجه درشت های $\delta A_{\mu}^a, \delta \eta^a, \delta \bar{\eta}^a$ ، λ دارد و است که چون $\lambda^2 = 0$ است، تبدیلات به برابر صفر می‌شوند و ماحل تغییر نمی‌کند. خواص تحت این تبدیلات، $\mathcal{Z}$ ناورد است:

$$\mathcal{Z}' = \mathcal{Z} + i \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} e^{iS} \int dx (\dots) = \mathcal{Z}$$

$$\Rightarrow \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} e^{iS} \int dx (S_{\mu}^a \delta A_{\mu}^a + x^a \delta \eta^a + y^a \delta \bar{\eta}^a) = 0 \quad IV$$

در رابطه $\mathcal{L}_{tot}$ ضرب به u_{μ}^a و v^a انتی-سیمیتر که متغیر نسبت به $u_{\mu}^a, \delta A_{\mu}^a$ ، ابرحد: متغیر است

$$\lambda \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta u_{\mu}^a(x)} = i \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} \left(\frac{1}{g} D^{\mu} \eta \right)^a e^{iS} \quad \delta A_{\mu}^a$$

$$\lambda \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta v^a(x)} = i \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} \left(-\frac{1}{2} f^{abc} \eta^b(x) \eta^c(x) \right) e^{iS} \quad \delta \eta^a$$

$$\frac{\lambda}{\alpha g} \partial_{\mu} \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta S_{\mu}^a(x)} = i \int \mathcal{D}A \mathcal{D}\eta \mathcal{D}\bar{\eta} \partial_{\mu} A^{\mu a} e^{iS} \quad (-\lambda/\alpha g) \quad \delta \bar{\eta}^a$$

$$IV: \lambda \int dx \left\{ S_{\mu}^a \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta u_{\mu}^a(x)} + x^a \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta v^a(x)} - \frac{1}{\alpha g} y^a(x) \left[\partial_{\mu} \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta S_{\mu}^a(x)} \right] \right\} = 0$$

$$\mathcal{Z} = e^{iW} \Rightarrow \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta \dots} = i \frac{\delta W}{\delta \dots} \mathcal{Z}$$

$$\rightarrow \int dx \left\{ S_{\mu}^a \frac{\delta W}{\delta u_{\mu}^a(x)} + x^a \frac{\delta W}{\delta v^a(x)} - \frac{1}{\alpha g} y^a(x) \left[\partial_{\mu} \frac{\delta W}{\delta S_{\mu}^a(x)} \right] \right\} = 0 \quad V$$

حال از این روابط استفاده کرده و آن را تبدیل به یک شرط روی تابع مولد Γ می‌کنیم. (از تعمیم رابطه 7.105 داریم):

$$W[S, x, y; u, v] = \Gamma[A, \eta, \bar{\eta}; u, v] + \int dx (S_{\mu}^a A^{\mu a} + x^a \eta^a + y^a \bar{\eta}^a)$$

و از روابط 7.106 می‌توان نوشت:

$$S_{\mu}^a = - \frac{\delta \Gamma}{\delta A^{\mu a}} \quad , \quad x^a = - \frac{\delta \Gamma}{\delta \eta^a} \quad , \quad y^a = - \frac{\delta \Gamma}{\delta \bar{\eta}^a}$$

$$A^{\mu a} = \frac{\delta W}{\delta S_{\mu}^a}, \quad \frac{\delta \Gamma}{\delta u} = \frac{\delta W}{\delta u}, \quad \frac{\delta W}{\delta v} = \frac{\delta \Gamma}{\delta v}$$

$$A_{\mu}^a = \frac{\delta W}{\delta S_{\mu}^a}, \quad \frac{\delta I}{\delta u} = \frac{\delta W}{\delta u}, \quad \frac{\delta W}{\delta v} = \frac{\delta W}{\delta v}$$

$$\rightarrow \text{I: } \int dx \left[\frac{\delta \Gamma}{\delta A_{\mu}^a} \frac{\delta \Gamma}{\delta u^{\mu a}} + \frac{\delta \Gamma}{\delta \eta^a} \frac{\delta \Gamma}{\delta v^a} - \frac{1}{2g} (\partial^{\mu} A_{\mu}^a) \frac{\delta \Gamma}{\delta \eta^a} \right] = 0$$

اُنسوں، منسل سادہ کاری بڑی اس لحاظ سے بہت ہی اہم ہے۔

$$\mathcal{L}_{tot} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} - \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu^a)^2 - \bar{\eta}^a \partial^\mu D_\mu \eta^a + S_\omega^a A^{a\omega} + x^a \eta^a + y^a \bar{\eta}^a + \dots + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{\delta Z}{\delta \bar{\eta}^a} = \int dA d\eta d\bar{\eta} i [y^a + \partial^\mu \underbrace{D_\mu \eta^a}_{\text{بعلت مشتق دلتا کراسانی}}] e^{is} = i y^a Z - g \partial^\mu \frac{\delta Z}{\delta u^\mu_a}$$

چون توابع f, w توابع از source هستند $\delta w = 0$

$$\Rightarrow \frac{\delta W}{\delta \eta^a} = g^a - g^{\sigma\mu} \left(\frac{\delta W}{\delta u_\mu^a} \right) - \delta \Gamma / \delta \eta^a$$

$$\frac{\delta W}{\delta \eta^a} = 0 \quad \text{source} \quad \text{حاجت نیست}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \Gamma}{\delta \eta^a} = -g \partial_\mu \left(\frac{\delta \Gamma}{\delta u_\mu^a} \right) \rightarrow \text{در جهت آخری: } (\partial^\mu A_\mu^a) \partial_\mu \frac{\delta \Gamma}{\delta u_\mu^a} = \partial_\mu \left(\partial^\nu A_\nu^a \frac{\delta \Gamma}{\delta u_\mu^a} \right) - \frac{\delta \Gamma}{\delta u_\mu^a} \partial_\mu (\partial^\nu A_\nu^a)$$

$$V: \int dx \left\{ \frac{\delta \Gamma}{\delta u^{\mu a}} \left(\frac{\delta \Gamma}{\delta A_{\mu}^a} - \frac{1}{\alpha} \partial_{\mu} (\partial^{\nu} A_{\nu}^a) \right) + \frac{\delta \Gamma}{\delta \varphi^a} \frac{\delta \Gamma}{\delta \eta^a} \right\} = 0$$

$$\Gamma' \equiv \Gamma + \frac{1}{2\alpha} \int dx (\partial^\mu A_\mu^a)^2 \Rightarrow \frac{\delta \Gamma'}{\delta A_\mu^a} = \frac{\delta \Gamma}{\delta A_\mu^a} + \frac{1}{2\alpha} \frac{\delta}{\delta A_\mu^a} \int dx (\partial^\mu A_\mu^a)^2$$

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu^a} \int dx (\partial^\alpha A_\alpha^a) (\partial^\beta A_\beta^a) = \frac{1}{e} \int dx \left[\underbrace{\partial^\alpha (A_\alpha^a(x) + e \delta_\alpha^\beta \delta(x-y))}_{\partial \cdot A^a + e \partial^\beta \delta(x-y)} \right] \left[\underbrace{\partial^\beta (A_\beta^a(x) + e \delta_\beta^\alpha \delta(x-y))}_{\partial \cdot A^a + e \partial^\alpha \delta(x-y)} \right] - \int dx (\partial \cdot A)^2$$

$$= \frac{1}{2} \int d^4x \left\{ (\partial_\mu A^\mu)^2 + 2\epsilon (\partial_\mu \hat{A}^\mu) \partial^\mu \delta(x-y) + O(\epsilon^2) - (\partial_\mu A^\mu)^2 \right\} = 2 \int (\partial_\mu \hat{A}^\mu) \partial^\mu \delta(x-y)$$

$$= -2 \int dx \partial^\nu (\partial \cdot A^a) \delta(x-y) = -2 \frac{\partial}{\partial y^\nu} (\partial \cdot A^a(y))$$

$$\Rightarrow \text{V: } \int dx \left\{ \frac{\delta \Gamma'}{\delta u^a} \frac{\delta \Gamma'}{\delta A^a} + \frac{\delta \Gamma'}{\delta v^a} \frac{\delta \Gamma'}{\delta \eta^a} \right\} = 0$$

Slavov-Taylor identity

A note on ghosts and unitary

پسیم که میدانهای متجه برای این مقصوره‌ها نه‌بودند که $U(1)$ نامی بود $finite$ و $gauge$ -independent دانسته باشیم. فاینمن نشان داد که برای این که در هر $loop$ - 1 ، گمانی بودن را داشته باشیم، وجود این میدانها ضروری است. حال این شرط را برای متراندهای خاص بکار می‌بریم

تابعانی بودند ماتریس S شروع می کنیم. فرض کنیم حالت ابتدایی $1n$ است. به عنوان مثال این که به عبارتی همگوش، یک حالت خاص $1m$ است
آنها را $\langle m | S | n \rangle$ داده می شود. حالتی را است هجبار و کامل هستند.

$$\langle m | n \rangle = \delta_{m,n} \quad , \quad \sum_m |m\rangle \langle m| = 1$$

هم چنین $\sum_m |\langle m | S | n \rangle|^2 = 1 \rightarrow \sum_m \underbrace{\langle m | S | n \rangle^* \langle m | S | n \rangle}_{\langle n | S^\dagger S | n \rangle} = 1 \Rightarrow \langle n | S^\dagger S | n \rangle = 1$
تصحیح حالت $\langle n |$ درخواه است، داریم: $SS^\dagger = 1$

$S = 1 + iR$ reaction matrix

$$\rightarrow (1 - iR^\dagger)(1 + iR) = 1 \rightarrow \underbrace{R - R^\dagger}_{2i \text{Im}(R)} = iR^\dagger R - iR R^\dagger$$

حال میزنیم این رابطه را بین حالتی دوزده ای حساب می کنیم:

$$2 \text{Im} \langle p_3 p_4 | R | p_1 p_2 \rangle = \sum_n \langle p_3 p_4 | R | n \rangle \underbrace{\langle n | R^\dagger | p_1 p_2 \rangle}_{\langle p_1 p_2 | R | n \rangle^*} \quad , \quad R = (2\pi)^4 \delta(p_f - p_i) T$$

$$2 \text{Im} \langle p_3 p_4 | T | p_1 p_2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_n \left(\frac{d^3 k_1}{w} \frac{d^3 k_2}{w} \dots \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2 - \dots - k_n) \right. \\ \left. \times \langle p_3 p_4 | T | k_1 k_2 \dots k_n \rangle \langle p_1 p_2 | T | k_1 k_2 \dots k_n \rangle^* \right)$$

که جمع بر روی همه حالتی میانی است و این حالتها حقیقی هستند و نه مجازی که در شکل 7.16 کتاب به صورت "مضامین غاشی" داده شده است.
حال این (سه) را برای پراکنش Bhabha بفرمایم.

قواعد فاینمن

انتشار فرمیون $\xrightarrow{p} \frac{i}{\not{p} - m} (\) d^4 p$

 $-ie\gamma^\mu$

انتشار فوتون $\xrightarrow{\alpha} \frac{-ig^{\alpha\beta}}{k^2}$

فوتون ورودی $\xrightarrow{E_r(k)} E_r^\alpha(k)$

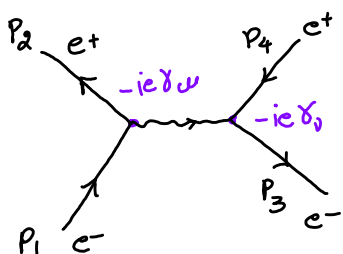
فوتون خروجی $\xrightarrow{E_r(k)} E_r^{\alpha*}(k)$

لبتون ورودی $\xrightarrow{p} u(p)$

پاد لبتون ورودی $\xrightarrow{p} \bar{v}(p)$

لبتون خروجی $\xrightarrow{p} \bar{u}(p)$

پاد لبتون خروجی $\xrightarrow{p} v(p)$



$$A = (-ie)^2 \bar{v}(p_2) \gamma_0 u(p_1) \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_3) \gamma_0 v(p_4) \quad \textcircled{1}$$

برای عبور تابعی بودند، باید قیمت موهومی را استفاده کنیم. می توان نشان داد:

$$\text{Im} \frac{g^{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} = -i\pi g^{\mu\nu} \delta(q^2) \theta(q_0)$$

* این رابطه را به دست آورید.

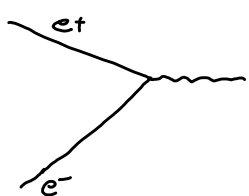
این رابطه نشان می‌دهد که انتگرال فوتون با یک تابع جابجایی می‌شود که باعث می‌شود فوتون روی mass shell قرار گیرد با انرژی مثبت. که این یعنی فوتون حقیقی داریم. حال نشان می‌دهیم که این فوتون کاملاً حقیقی نیست.

$$\sum_{\lambda=0}^3 \epsilon_{\mu}^{(\lambda)} \epsilon_{\nu}^{(\lambda)} = -g_{\mu\nu} \quad , \quad \bar{u} \gamma^{\mu} u \propto M \Rightarrow \bar{u} \gamma^{\nu} v \propto M v^{\dagger}$$

$$\xrightarrow{\text{باجذب کردن ضرایب ثابت در } M} \quad \text{Im } A = M^{\mu} \left[\sum_{\lambda=0}^3 \epsilon_{\mu}^{(\lambda)} \epsilon_{\nu}^{(\lambda)} \right] M v^{\dagger} \quad (2)$$

نکته قابل توجه این است که در این رابطه، تمامی پلاریزاسیون‌های فوتون ظاهر شده‌اند. در صورتی که فوتمای فیزیکی دوم در پلاریزاسیون $(\lambda=1,2)$ دارند. پس دقت موهومی دامنه اتصال، فوتمای کاملاً حقیقی نیست. در واقع چون $q^2=0$ دارند، هم پلاریزاسیون‌های فیزیکی دارند هم غیر فیزیکی.

از روی شکل 7.162 واضح است که $\text{Im } A$ برابر است با جمع توان 2 هم فرآیندهای مرتبط با مرتبه e^2 . در چگالشی که مادر نظریه‌ی ما، تنها فرآیند مرتبط، نابودی e^-e^+ است.



$$e^-e^+ \rightarrow \gamma$$

فوتمای این فرآیند، قطعاً یک فوتمای حقیقی است. دامنه اتصال این فرآیند را B می‌نامیم:

$$B = M^{\mu} \epsilon_{\mu}(q, \lambda) \quad (\lambda=1,2) \rightarrow BB^{\dagger} = M^{\mu} \sum_{\lambda=1,2} \epsilon_{\mu}(q, \lambda) \epsilon_{\nu}(q, \lambda) M v^{\dagger} \quad (3)$$

این رابطه، باید برابر رابطه (2) باشد که نشان می‌دهد، باید سهم فوتمای غیر فیزیکی حذف شود:

$$M^{\mu} \left[\underbrace{\sum_{\lambda=0}^3 \epsilon_{\mu}^{(\lambda)} \epsilon_{\nu}^{(\lambda)}}_{-g_{\mu\nu}} - \sum_{\lambda=1,2} \epsilon_{\mu}^{(\lambda)} \epsilon_{\nu}^{(\lambda)} \right] M v^{\dagger} = 0 \Rightarrow q_{\mu} M^{\mu} = 0$$

این رابطه (رابطه ناآشنایی می‌شود که دامنه $\epsilon_{\mu} M^{\mu}$

$$\text{برای رابطه (3) تحت قبول پایداری} \quad \epsilon_{\mu} \rightarrow \epsilon_{\mu} + \alpha q_{\mu} \quad \text{باید دارد باشد. (توضیح مفصل در ادامه)}$$

$$\text{برای رابطه 7.162 با } q^2=0: \quad \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{(q \cdot \eta)^2} - \frac{(q \cdot \eta)(q_{\mu} \eta_{\nu} + \eta_{\mu} q_{\nu})}{(q \cdot \eta)^2}$$

برای ترتیب، در مورد QED، حلقه تا مرتبه e^2 ، گمانی بودن به دلیل ناوردایی پایداری می‌آورده می‌شود و می‌توان نشان داد که تا هم مراتب اختلال نیز برقرار است.

برای ترتیب، در مورد QED، حلقه تا مرتبه e^2 ، گمانی بودن به دلیل ناوردایی پایداری می‌آورده می‌شود و می‌توان نشان داد که تا هم مراتب اختلال نیز برقرار است.