

اگر محاسبات تابعی برای این که بتوانیم نظری توانی یک تابع را تعبیر کنیم، در رابطه سری توانی یک تابع حول نقطه صفر را در نظر می گیریم:

$$F\{y\} = F(y_1, \dots, y_k) = F(0) + \sum_i \frac{\partial F}{\partial y_i} \Big|_0 y_i + \sum_{i,j} \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial y_j} \Big|_0 y_i y_j + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i_1=0}^k \dots \sum_{i_n=0}^k \frac{1}{n!} T_n(i_1, \dots, i_n) y_{i_1} \dots y_{i_n} ; T_n(i_1, \dots, i_n) = \frac{\partial^n F\{y\}}{\partial y_{i_1} \dots \partial y_{i_n}} \Big|_{y=0}$$

پای مجزای عبارت است
 $i \rightarrow x_i$

$$F(y_1, \dots, y_k) \rightarrow F[y(x)]$$

$$\sum_i \rightarrow \int dx \Rightarrow F[y] = \sum_{n=0}^{\infty} \int dx_1 \dots dx_n \frac{1}{n!} T_n(x_1, \dots, x_n) y(x_1) \dots y(x_n) *$$

$$T_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{\delta}{\delta y(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta y(x_n)} F[y] \Big|_{y=0}$$

تابع مولد تابع T_n

$$Z_0[\mathcal{J}] = \langle 0, \infty | 0, -\infty \rangle^{\mathcal{J}} \rightarrow Z_0[\mathcal{J}] = 1$$

به دلیل این هستیم که $Z[\mathcal{J}]$ به شرطی اینجا بنویسد که دانه باشد:

$$\text{دانه: } Z_0[\mathcal{J}] = \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x) D_F(x-y) \mathcal{J}(y) dx dy \right] \int \mathcal{D}\phi \exp \left[-\frac{i}{2} \int \phi (\Box + m^2 - i\epsilon) \phi dx \right]$$

این ضرب نرمالایزاسیون است.

$$\Rightarrow Z_0[\mathcal{J}] = \frac{\int \mathcal{D}\phi \exp \left\{ -i \int \left[\frac{1}{2} \phi (\Box + m^2 - i\epsilon) \phi - \mathcal{J}\phi \right] d^4x \right\}}{\int \mathcal{D}\phi \exp \left\{ -i \int \left[\frac{1}{2} \phi (\Box + m^2 - i\epsilon) \phi \right] d^4x \right\}} **$$

که وضع است که اگر شرط نرمالایزاسیون $Z_0[\mathcal{J}] = 1$ را در نظر بگیریم، ضرب نرمالایزاسیون برابر است. می داریم:

$$Z_0[\mathcal{J}] = \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x) D_F(x-y) \mathcal{J}(y) dx dy \right]$$

$$\text{از فرض قبل داریم: } \frac{\delta^n Z[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(t_1) \dots \delta \mathcal{J}(t_n)} \Big|_{\mathcal{J}=0} \propto i^n \langle 0, \infty | T[\phi(t_1) \dots \phi(t_n)] | 0, -\infty \rangle$$

از این است با رابطه بالای توانیم بنویسیم:

$$\frac{\delta^n Z_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x_1) \dots \delta \mathcal{J}(x_n)} \Big|_{\mathcal{J}=0} = i^n \underbrace{\langle 0 | T(\phi(x_1) \dots \phi(x_n)) | 0 \rangle}_{\mathcal{G}(x_1, \dots, x_n)}$$

$\mathcal{G}(x_1, \dots, x_n) \rightarrow$ Green function or n -point function

که تابع $Z[\mathcal{J}]$ در واقع یک تابع مولد برای این تابع است.

با توجه به معنوی که در رابطه * ارائه کردیم، می توان نوشت:

$$Z_0[\mathcal{J}] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int dx_1 \dots dx_n \mathcal{J}(x_1) \dots \mathcal{J}(x_n) \mathcal{G}(x_1, \dots, x_n)$$

حال تعدادی از این توابع n نقطه را حساب می کنیم.

2-point function: $\mathcal{Z}(x, y) = \frac{1}{i^2} \frac{\delta^2 \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x) \delta \mathcal{J}(y)} \Big|_{\mathcal{J}=0}$

نکته: $\frac{\delta F[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{F[\mathcal{J}(x) + \epsilon \delta(x-z)] - F[\mathcal{J}(x)]}{\epsilon}$

$$\frac{\delta \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} = \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} e^{-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x_2) \mathcal{J}(x_2) dx_1 dx_2} = \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \left(\mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x_2) \mathcal{J}(x_2) + 2\epsilon \int \mathcal{J}(x_1) \delta(x_1 - x) D_F(x_1 - x_2) dx_1 dx_2 + O(\epsilon^2) \right)$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \left\{ \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x_2) \mathcal{J}(x_2) dx_1 dx_2 \right] - \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x_2) \mathcal{J}(x_2) dx_1 dx_2 \right] \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} = \frac{1}{\epsilon} e^{-\frac{i}{2} \int \mathcal{J} D_F \mathcal{J}} \left\{ e^{-i\epsilon \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x) dx_1} - 1 \right\}$$

$$= -i \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x - x_1) dx_1 \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x_1 - x_2) \mathcal{J}(x_2) dx_1 dx_2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\delta^2 \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x) \delta \mathcal{J}(y)} = -i D_F(x - y) \exp[\dots] - i \int \mathcal{J}(x_1) D_F(x - x_1) dx_1 \times (-i) \int \mathcal{J}(x_2) D_F(y - x_2) dx_2 \times \exp[\dots]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{i^2} \frac{\delta^2 \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x) \delta \mathcal{J}(y)} \Big|_{\mathcal{J}=0} = +i D_F(x - y) \Rightarrow \mathcal{Z}(x, y) = i D_F(x - y)$$

نکته: دو نقطه‌ای است و ذره آزاد است.

می‌خواهیم اهمیت تئرمی این رابطه را ببینیم. برین منظر، ناک دو نقطه را با استفاده از تقریب $\langle 0 | T(\phi(x) \phi(y)) | 0 \rangle$ می‌آوردیم.

$\phi(x) = \phi^+(x) + \phi^-(x)$
فرض منفی فرض مثبت

$$\phi^+(x) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{e^{-ikx}}{[]} a(k)$$

$$\phi^-(x) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{e^{+ikx}}{[]} a^\dagger(k)$$

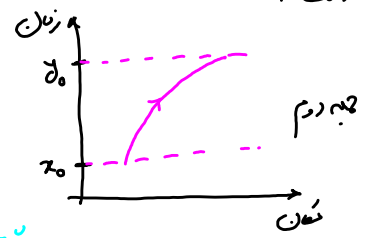
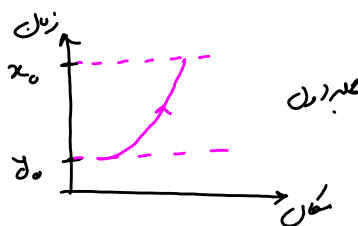
$$\Rightarrow \mathcal{Z}(x, y) = \langle 0 | T(\phi(x) \phi(y)) | 0 \rangle = \langle 0 | \theta(x_0 - y_0) \phi(x) \phi(y) + \theta(y_0 - x_0) \phi(y) \phi(x) | 0 \rangle$$

$$a(k) | 0 \rangle = \langle 0 | a^\dagger(k) = 0$$

$$\phi^+(x) \phi^+(y) + \phi^+(x) \phi^-(y) + \phi^-(x) \phi^+(y) + \phi^-(x) \phi^-(y)$$

$$= \theta(x_0 - y_0) \langle 0 | \phi^+(x) \phi^-(y) | 0 \rangle - \theta(y_0 - x_0) \langle 0 | \phi^+(y) \phi^-(x) | 0 \rangle \rightarrow i D_F(x - y)$$

نکته: همان کاری که در کلاس کردیم در اینجا هم می‌کنیم. در اینجا هم می‌کنیم. در اینجا هم می‌کنیم.



$$a = \langle 0 | a^\dagger(k') a(k) | 0 \rangle$$

$$a = \langle 0 | a^\dagger(k') a(k) | 0 \rangle$$

$$\mathcal{Z}(x, y) = \int \frac{d^3 k d^3 k'}{(2\pi)^3 \sqrt{\omega_k \omega_{k'}}} \left\{ f_k(x) f_{k'}^*(y) \theta(x_0 - y_0) \langle 0 | a(k) a^\dagger(k') | 0 \rangle + f_k(y) f_{k'}^*(x) \theta(y_0 - x_0) \langle 0 | a(k) a^\dagger(k') | 0 \rangle \right\}$$

1-point function:

$$\mathcal{Z}(1) = \langle 0 | T(\varphi(x)) | 0 \rangle = \langle 0 | \varphi(x) | 0 \rangle = \langle 0 | \varphi^+ + \varphi^- | 0 \rangle = 0$$

همین صورت تابع سه نقطه $\mathcal{Z}(x_1, x_2, x_3)$ نیز صفری شود.

$$\mathcal{Z}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \mathcal{Z}(x_1, x_2) \mathcal{Z}(x_3, x_4) + \mathcal{Z}(x_1, x_3) \mathcal{Z}(x_2, x_4) + \mathcal{Z}(x_2, x_3) \mathcal{Z}(x_1, x_4)$$

$$x_3 \text{ --- } x_4$$

$$x_1 \text{ --- } x_2$$

$$\begin{matrix} x_3 \\ | \\ x_1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x_4 \\ | \\ x_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & x_4 & \\ & / \quad \backslash & \\ x_3 & & x_2 \\ & \backslash \quad / & \\ & x_1 & \end{matrix}$$

$$\mathcal{Z}(x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}) = 0$$

در حالت کلی برای سیستم‌های نوزونی مرتبه زوج $2n$ داریم:

$$\mathcal{Z}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \sum_p \mathcal{Z}(x_{p_1}, x_{p_2}) \dots \mathcal{Z}(x_{p_{n-1}}, x_{p_n})$$

تابع مولد برای میدانهای بکرم نشسته

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{g}{4!} \varphi^4$$

لاگرانژی کس میدان کلاسیک که با خودش بکرم نشسته می‌کند. (φ^4)

در ابتدا توابع تولید برای کس $\mathcal{L}_{int}$ عام را بدست می‌آوریم و پس برای حالت خاص φ^4 روابط را می‌نویسیم.

لاطمه * * * را می‌توانیم تقسیم دهیم و تابع مولد استخراج کرده را بدین شکل بنویسیم:

$$\mathcal{Z}[\mathcal{J}] = \frac{\int \mathcal{D}\varphi e^{iS + i \int \mathcal{J}\varphi dx}}{\int \mathcal{D}\varphi e^{iS}} \quad (I)$$

پس بدین شکل است که کس ساده در زیرین حکم بر $\mathcal{Z}[\mathcal{J}]$ می‌یابیم. و به سبب $\mathcal{Z}[\mathcal{J}]$ آن را حل می‌کنیم.

$$\text{نشان بده: } \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] = - \int \mathcal{D}\varphi e^{iS} \varphi(x) \exp\left(-\frac{i}{2} \int \mathcal{D}\varphi \mathcal{J} \varphi dx\right) \quad \mathcal{D}_F(x-y) = (\square + m^2)^{-1}$$

$$\rightarrow (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] = \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] \rightarrow \text{معادله دیفرانسیلی کس $\mathcal{Z}_0$ حکمیت}$$

برای رست این لاطمه، آن را در $\mathcal{D}_F(x-y)$ ضرب کرده و روی x مشتق می‌گیریم:

$$\int \mathcal{D}_F(x-y) (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] dx = \int \mathcal{D}_F(x-y) \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] = - \int \mathcal{D}_F(x-y) \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] dx \quad \checkmark$$

$$(I) \rightarrow \frac{1}{i} \frac{\delta \mathcal{Z}[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} = \frac{\int \exp(iS + i \int \mathcal{J}\varphi dx) \varphi(x) \mathcal{D}\varphi}{\int e^{iS} \mathcal{D}\varphi} \quad (II)$$

$$\hat{\mathcal{Z}}[\varphi] \equiv \frac{e^{iS}}{\int e^{iS} \mathcal{D}\varphi} \Rightarrow \mathcal{Z}[\mathcal{J}] = \int \hat{\mathcal{Z}}[\varphi] \exp(i \int \mathcal{J}(x) \varphi(x) dx) \mathcal{D}\varphi \quad (III)$$

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 + \mathcal{L}_{int} \right) d^4x = - \int \left[\frac{1}{2} \varphi (\square + m^2) \varphi - \mathcal{L}_{int} \right] d^4x$$

$$\rightarrow i \frac{\delta \hat{\mathcal{Z}}[\varphi]}{\delta \varphi(x)} = i \frac{\delta}{\delta \varphi} \left\{ \exp \left[-i \int \left[\frac{1}{2} \varphi (\square + m^2) \varphi - \mathcal{L}_{int} \right] \right] \right\} \int e^{iS} \mathcal{D}\varphi^{-1}$$

$$= i \times (-i) \times 2 \times \frac{1}{2} (\square + m^2) \phi \hat{Z}[\phi] - i \times (-i) \frac{\partial \mathcal{L}_{int}}{\partial \phi} \hat{Z}[\phi]$$

$$\Rightarrow i \frac{\delta \hat{Z}[\phi]}{\delta \phi(x)} = (\square + m^2) \phi(x) \hat{Z}[\phi] - \mathcal{L}'_{int}(\phi) \hat{Z}[\phi] \quad \xrightarrow{\times \int e^{i \int \mathcal{J} \phi dx} \mathcal{D}\phi}$$

$$R.H.S = \frac{\int (\square + m^2) \phi(x) e^{i \int \mathcal{J} \phi dx} \mathcal{D}\phi}{\int e^{i \int \mathcal{J} \phi dx} \mathcal{D}\phi} - \frac{\int \mathcal{L}'_{int}(\phi) e^{i \int \mathcal{J} \phi dx} \mathcal{D}\phi}{\int e^{i \int \mathcal{J} \phi dx} \mathcal{D}\phi}$$

$$\text{I نصابہ: } (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta Z[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)}$$

$$\mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right) Z[\mathcal{J}]$$

توضیح: یہی سارے کزنز کے ہیں

$$\text{II نصابہ: } \frac{1}{i} \frac{\delta Z_0[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} = \int \mathcal{D}\phi \phi(x) e^{i \int (\mathcal{L}_0 + \mathcal{J} \phi) dx}$$

$$\text{مناسب بار نصابہ: } f \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right) Z_0[\mathcal{J}] = \int \mathcal{D}\phi f(\phi(x)) e^{i \int (\mathcal{L}_0 + \mathcal{J} \phi) dx}$$

$$L.H.S = i \int \frac{\delta \hat{Z}[\phi]}{\delta \phi(x)} \exp(i \int \mathcal{J} \phi dx) \mathcal{D}\phi - i \exp(i \int \mathcal{J} \phi dx) \hat{Z}[\phi] \Big|_{\phi \rightarrow \infty} - i \int \hat{Z}[\phi] x i \mathcal{J} e^{-\dots} \mathcal{D}\phi$$

$\swarrow$ انسٹال کر رہے ہیں
 $\nwarrow$ III نصابہ = $\mathcal{J}(x) Z[\mathcal{J}]$

$$\text{دو طرفہ} \rightarrow (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta Z[\mathcal{J}]}{\delta \mathcal{J}(x)} + \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right) Z[\mathcal{J}] = \mathcal{J}(x) Z[\mathcal{J}]$$

اسی معاملہ دیکھیں کہ $Z[\mathcal{J}]$ کا حل ہے۔ اگر $\mathcal{L}_{int} = 0$ ہے، تو یہاں رابطہ مربوط ہے Z_0 نسبت میں آئیے۔

$$\text{II} \quad Z[\mathcal{J}] = N \exp \left[i \int \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}} \right) d\mathcal{J} \right] Z_0[\mathcal{J}]$$

در درجہ شائبہ کی نسبت:

نسبت کی نسبت (ای)

$$\exp \left[-i \int \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right) d\mathcal{J} \right] \mathcal{J}(x) \exp \left[+i \int \dots \right] = \mathcal{J}(x) - \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right) \quad \text{IV}$$

$$\text{دیکھیں: } [x_i, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_j}] = i \delta_{ij} \rightarrow [\mathcal{J}(x), \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)}] = i \delta(x-y)$$

$$\text{ایسی رابطہ (انسٹال کر رہے ہیں): } [\mathcal{J}(x), \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right)^n] = i \delta(x-y) \underbrace{n \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right)^{n-1}}_{f' \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right) d\mathcal{J}} = i f' \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right)$$

$\int f \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right) d\mathcal{J}$

$$\int f d\mathcal{J} = -i \int \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right) d\mathcal{J} = A \quad , \quad B = \mathcal{J}(x)$$

$$\text{نصابہ: } e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!} [A, [A, B]] + \dots$$

$$[A, B] = -i \left[\mathcal{J}(x), \int \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(y)} \right) d\mathcal{J} \right] = + \mathcal{L}'_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right)$$

$$[A, [A, B]] = -i \left[\int \mathcal{L}_{int}(\dots) dy, \mathcal{L}_{int}(\dots) \right] = 0$$

مبنی بر ترتیب رابطه اثبات می شود.

$$IV, V \rightarrow e^{-i \int \mathcal{L}_{int}(\dots) dy} \mathcal{J}(x) \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta \mathcal{J}(x)} = \mathcal{J}(x) - \mathcal{L}'_{int}(\dots)$$

$$\rightarrow \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}[\mathcal{J}] = N e^{+i \int \mathcal{L}_{int}(\dots)} \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] - N e^{+i \int \mathcal{L}_{int}(\dots)} \mathcal{L}'_{int}(\dots) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]$$

$$\rightarrow \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}[\mathcal{J}] = N e^{i \int \dots} \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{L}'_{int}(\dots) \right] \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]$$

$$\text{دانش: } (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}] = \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]$$

$$\mathcal{J}(x) \mathcal{Z}[\mathcal{J}] = N \exp[\dots] (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta \mathcal{Z}_0}{\delta \mathcal{J}(x)} - N \mathcal{L}'_{int}(\dots) \exp[\dots] \mathcal{Z}_0[\mathcal{J}]$$

$$\Rightarrow \mathcal{J}(x) \mathcal{Z}[\mathcal{J}] = (\square + m^2) \frac{1}{i} \frac{\delta \mathcal{Z}}{\delta \mathcal{J}(x)} - \mathcal{L}'_{int} \left[\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(x)} \right] \mathcal{Z}[\mathcal{J}]$$

$$\mathcal{L}_{int} = -g_{4!} \phi^4$$

نمایش مولد تصدیق 4

$$\mathcal{Z}[\mathcal{J}] = N \exp \left[i \int \mathcal{L}_{int} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}} \right) dz \right] \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{D} \mathcal{J} \mathcal{D} x \mathcal{D} y \right] ; N = \left[\text{اصد} \right]_{\mathcal{J}=0}^{-1}$$

فضای نامشخص و تکمیل است و این هم رابطی دهیم.

$$1 - \frac{i g_{4!}}{4!} \left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}} \right)^4 dz + O(g^2)$$

در مرتبه 0 و 1 فقط نمایش مولد زده آزاد یعنی [نمایش] را داریم.

مرتبه 0 و 1

$$\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(z)} \exp \left[-\frac{i}{2} \int \mathcal{J}(x) \mathcal{D}_F(x-y) \mathcal{J}(y) dx dy \right] = - \int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \exp[\dots]$$

$$\left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(z)} \right)^2 \exp[\dots] = \left\{ -\frac{1}{i} \mathcal{D}_F(z-z) + \left[\int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right]^2 \right\} \exp[\dots]$$

$$\left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(z)} \right)^3 \exp[\dots] = -2i \mathcal{D}_F(0) \int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \exp[\dots] + \left[+i \mathcal{D}_F(0) + \left(\int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right)^2 \right] \left[- \int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right] \exp(\dots)$$

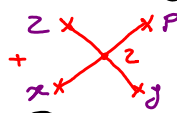
$$= \left\{ -3i \mathcal{D}_F(0) \int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx - \left[\int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right]^3 \right\} \exp(\dots)$$

$$\left(\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \mathcal{J}(z)} \right)^4 \exp[\dots] = \dots = \left\{ -3 [\mathcal{D}_F(0)]^2 + 6i \mathcal{D}_F(0) \left[\int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right]^2 + \left[\int \mathcal{D}_F(z-x) \mathcal{J}(x) dx \right]^4 \right\} \exp[\dots]$$

no external line = vacuum graph



$$+ 6i \times \text{diagram with two vertices and two internal lines} + \dots$$



$$\times \exp[\dots]$$

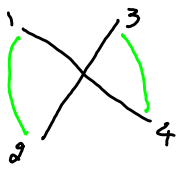
نمایش دایره ای

$$x \text{ --- } y : \mathcal{D}_F(x-y)$$

$$\mathcal{D}_F(0) = \mathcal{D}_F(x-x) :$$



ضرایب 3- و 6- ضرایب تبادلی می باشد.

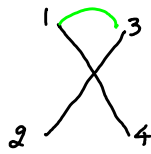


$$\begin{matrix} 1 \leftrightarrow 2 \\ 3 \leftrightarrow 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 \leftrightarrow 4 \\ 2 \leftrightarrow 3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 \leftrightarrow 3 \\ 2 \leftrightarrow 4 \end{matrix}$$

در مورد جمله اول، تعدادی به این شکل است:
۳ حالت داریم



$$\begin{matrix} 1 \leftrightarrow 3 \\ 1 \leftrightarrow 2 \\ 1 \leftrightarrow 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \leftrightarrow 3 \\ 2 \leftrightarrow 4 \\ 3 \leftrightarrow 4 \end{matrix}$$

در مورد جمله دوم: ۶ حالت داریم

در همه نمودارها می توانیم نقطه یک vertex داریم که به دلیل این است که مرتبه و را بررسی کرده ایم.

$$\Rightarrow Z[J] = \frac{[1 - ig/4! (-300 + 6i - \text{X}) dz \exp[...]]}{1 - ig/4! (-300 dz)}$$

$$\frac{1}{1-\epsilon} \approx 1 + \epsilon + \dots \Rightarrow Z[J] = \text{صورت} \times \{1 + ig/4! \dots\}$$

$$= \{1 + ig/4! (-300) - ig/4! \times 6i - ig/4! \text{X} + ig/4! (-300 + 0(g^2))\} \exp[...]$$

$$\Rightarrow Z[J] = [1 - ig/4! (6i - \text{X}) dz] \exp[...]$$

باید درم حد خف نه است که خاصیت تابعی مولد نهانه نه است.

2-point function

مشتق از جمله X که دارای جابج است، در $J=0$ برابر صفر می شود.

$$\mathcal{Z}(x_1, x_2) = - \frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(x_2) \delta J(x_1)} \Big|_{J=0}$$

$$\text{مشتق از جمله اول} = - \left((-i/g) \times 2 D_F(x_1 - x_2) \times \exp[...] \right) \Big|_{J=0} = i D_F(x_1 - x_2) : \text{Free particle propagator}$$

$$\text{مجموع} = \frac{-ig}{4!} \times 6i D_F(0) \int dx dy D_F(z-x) \delta(x) D_F(z-y) \delta(y) \exp[...]$$

$$\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \text{مجموع} = \frac{1}{i} \frac{ig}{4!} D_F(0) \times 2 \int D_F(z-x_1) D_F(z-y) \delta(y) \exp[...]$$

$$+ \frac{1}{i} \times \frac{ig}{4} D_F(0) \int dx dy D_F(z-x) \delta(x) D_F(z-y) \delta(y) \times (-i/g) \times 2 \int D_F(z-x_1) \delta(z) dz \times \exp[...]$$

$$- \frac{\delta}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} \Big|_{J=0} = - \frac{ig}{2} D_F(0) \int dz D_F(z-x_1) D_F(z-x_2) \times \exp[...]$$

$$\Rightarrow \mathcal{Z}(x_1, x_2) = i D_F(x_1 - x_2) - \frac{ig}{2} D_F(0) \int dz D_F(z-x_1) D_F(z-x_2) + O(g^2)$$

$$x_1 \text{ --- } \text{blob} \text{ --- } x_2 = i \text{ --- } x_1 \text{ --- } x_2 - \frac{ig}{2} \text{ --- } \text{blob} \text{ --- } x_1 \text{ --- } x_2$$

این عبارت دو ترم دارد:
 ۱- یک خط مستقیم که دو نقطه را به هم وصل می کند.
 ۲- یک خط مستقیم که دو نقطه را به هم وصل می کند و یک حلقه (blob) در میانه آن قرار دارد.