نسبیت: مشاهدات ناظرهای مختلف نسبت به یکدیگر

ناظر زمینی، هزینه و اتوبوس را در حال حرکت می‌بیند (هر دو با سرعت v)

ناظر اتوبوس: هزینه را ساکن و ناظر زمینی را با سرعت v - در حال حرکت می‌بیند.

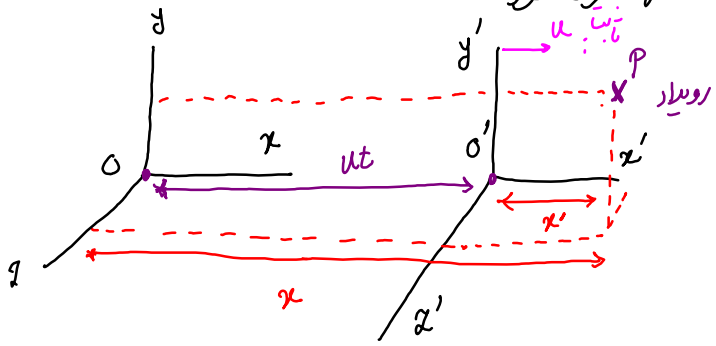
نظریه نسبیت ابزار ریاضی لازم برای تبدیل مشاهدات ناظرهای مختلف را می‌دهد.

فرض‌های مکانیک نیوتونی

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, $\vec{p} = m\vec{v}$: تکانه خطی $\xrightarrow[m \text{ ثابت}]{}$ $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

فرض اول: (روی فضای سه‌بعدی) یک دستگاه مختصات متعامد برای توصیف موقعیت ذره انتخاب می‌شود و حرکت ذره (این دستگاه) بررسی می‌گردد.

فرض دوم (اصل موضوعه مکانیک نیوتونی): یک زمان مطلق برای تمامی دستگاه‌ها تعریف می‌شود.



u: سرعت دستگاه O' نسبت به دستگاه O

ناظر O : (x, y, z, t)

ناظر O' : (x', y', z', t')

$t' = t$

برای ساده‌سازی، حرکت را در یک بعد محدود می‌کنیم: u در جهت محور x است.

فرض سوم: دستگاه‌ها در زمان $t = 0$ هم منطبق هستند و دستگاه O' در زمان t، به اندازه ut حرکت کرده است:

$x = x' + ut \rightarrow \begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$

مشتق $\rightarrow \begin{cases} dx'/dt = dx/dt - u \\ dy'/dt = dy/dt \\ dz'/dt = dz/dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases}$

مشتق $\rightarrow \begin{cases} dv'_x/dt = dv_x/dt - du/dt \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases}$

چارچوب لخت (اینرسی): چارچوبی که نسبت به هم با سرعت ثابت حرکت‌خطی کند.

تعریف دقیق‌تر: چارچوب‌هایی لخت هستند که قانون دوم نیوتون را به شکل یکسانی بنویسند.

در حالت کلی که u لزوماً در جهت یکی از محورهای مختصات قرار نگرفته است، می‌توان نوشت:

تبدیلات گالیله‌ای

$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$ + $t' = t$

$\Rightarrow \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$ ($\vec{u}$ ثابت) $\rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$

$\vec{v}$: سرعت جسم در دستگاه O'

$\vec{v}'$: " " در دستگاه O

$\vec{u}$: " دستگاه O' نسبت به O

سرعت O' نسبت به O + سرعت جسم در O' = سرعت جسم در دستگاه O

مثال ۱: دو اتوبوس با سرعتهای $60\ km/h$ و $40\ km/h$ نسبت به شخصی که روی زمین است، حرکت می‌کنند. سرعت اتوبوس A نسبت به اتوبوس B را بیابید.

ناظر زمین : O

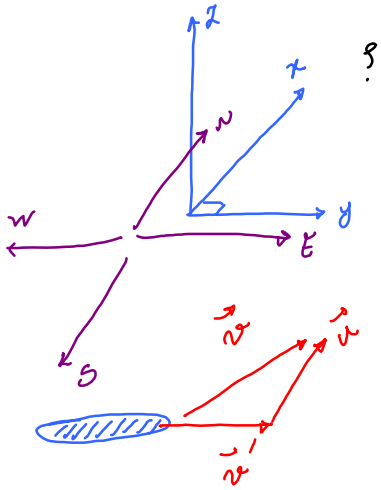
ناظر B : O'

جسم : A

سرعت A نسبت به زمین = سرعت A نسبت به B + سرعت B نسبت به زمین

$60 = v' + 40 \Rightarrow v' = 20\ km/h$

مثال ۲: یک هواپیما نسبت به هوا با سرعت $320\ km/h$ به طرف شرق حرکت می‌کند. ناظر روی زمین، سرعت باد را $45\ km/h$ در جهت وزش آن رو به جنوب مثال اندازه گیری می‌کند. ناظر روی زمین سرعت هواپیما را حقیقتاً چقدر می‌بیند؟



ناظر زمین : O

ناظر باد : O'

جسم : A (هواپیما)

$\vec{u}$: سرعت باد نسبت به زمین = $45\ km/h$ (جنوب)

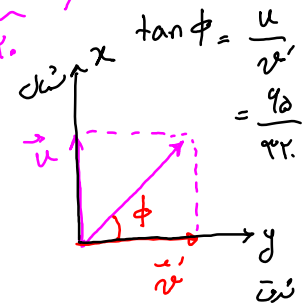
$\vec{v}'$: سرعت هواپیما نسبت به باد = $320\ km/h$ (شرق)

سرعت باد نسبت به زمین + سرعت A نسبت به باد = سرعت هواپیما نسبت به زمین

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \rightarrow \begin{cases} v_x = v'_x + u_x \\ v_y = v'_y + u_y \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} v_x = 45 \\ v_y = 320 \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \cdots$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{45}{320}\right) = 11/5^\circ$: شمال شرق



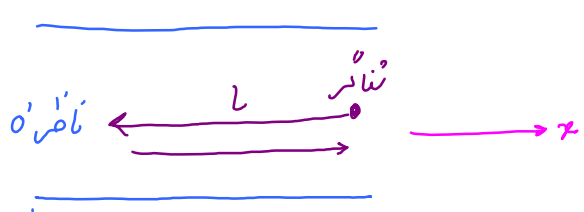
$\tan\phi = \frac{u}{v'} = \frac{45}{320}$

مثال ۳: شناگری می‌تواند با سرعت c در آب شنا کند. او در نهری شنا می‌کند که در آن سرعت جریان آب u است. (فرض $u < c$) فرض کنید شناگر مسافت l را در خلاف جهت رودخانه شنا کرده و دوباره همان مسافت را برگردد. زمان لازم برای این رفت و برگشت را محاسبه کنید و آن را با زمان لازم برای شنای مسافت l در عرض رودخانه و بازگشت به همان اول مقایسه کنید.

ناظر O : ناظر زمین

ناظر O' : ناظر همراه با آب

جسم : شناگر



الف)

سرعت آب نسبت به زمین + سرعت شناگر نسبت به آب = سرعت شناگر نسبت به زمین

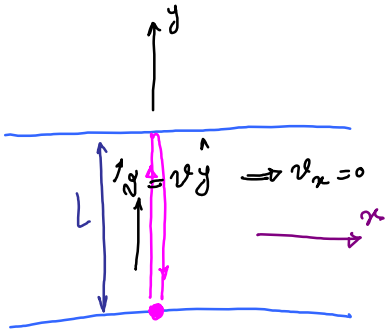
حالت رفت : سرعت شناگر نسبت به زمین $(v_1) = -c + u \Rightarrow |v_1| = c - u$

چون شناگر خلاف جهت محور x حرکت می‌کند

$$\Rightarrow t = \frac{L}{c-u} + \frac{L}{c+u} = \frac{L(c+u)+L(c-u)}{c^2-u^2}$$

حالت برگشت : $v_2 = c + u$

$$\Rightarrow t = \frac{2Lc}{c^2-u^2} = \frac{2Lc}{c^2}\frac{1}{1-u^2/c^2} = \frac{2L}{c}\frac{1}{1-u^2/c^2}$$



ب) نکته : شناگر باید به نقطه شروع حرکت برگردد

v' = سرعت شناگر در آب همیشه برابر c است.

سرعت آب نسبت به زمین + سرعت شناگر نسبت به آب = سرعت شناگر نسبت به زمین

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \longrightarrow x \text{ جهت} : v_x = v'_x + u$$

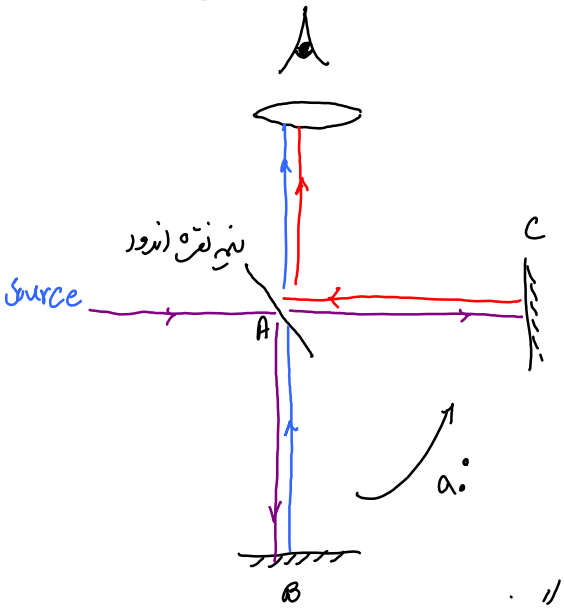
$$\Rightarrow v'_x = -u \quad , \quad v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = c \Rightarrow u^2 + v'^2_y = c^2 \Rightarrow v'_y = \sqrt{c^2-u^2} = v_y$$

چون آب در جهت x مؤلفه دارد.

$$\Rightarrow t = \frac{2L}{v_y} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-u^2}} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

آزمایش مایکلسون - مورلی ← سال ۱۸۸۷

اتر محیطی نامرئی و بدون جرم است که تمام فضا را پر کرده است و قابل آشکارسازی نبود. این محیط برای انتشار امواج الکترومغناطیسی لازم بود.



عوامل سازنده فرنژ تداخلی : ۱- اختلاف راه بین دو پرتو

که در آزمایش کنار در نظر گرفته شد : $AB = AC$

۲- اختلاف زمانی بین مسیرها

به عنوان مثال AC می‌تواند هم راستای اتر و AB عمود بر راستای حرکت اتر باشد.

در این صورت طبق مسأله قبل، باید اختلاف زمانی بین این دو مسیر وجود داشته باشد.

اگر دستگاه را 90° بچرخانیم، AB در راستای حرکت اتر و AC عمود بر راستای حرکت اتر قرار می‌گیرد. پس

باید تغییری در فرض‌های تداخلی داده شود که این تغییرات داده نشد. (زمان مورد انتظار برای تغییر فرض‌ها: 10^{-15} s)

بنابراین مفهوم اتر و بررسی حرکت زمین نسبت به آن با مشکل مواجه شد.

نظریه نسبیت انیشتین

نظریه نسبیت از نو بنا نهاده شد و مفاهیم فیزیکی آن (اصول موضوعه و نتایج آن) توسط انیشتین داده شد و سپس بقیه ریاضی آن توسط پیروانش نوشته شد.

در سؤال که جواب آنها به نظریه نسبیت انیشتین منجر شد:

۱- آیا مکانیک نیوتونی در سرعت‌های بالا معتبر است؟

۲- آیا اثر و معناطیس تحت تبدیلات گالیله‌ای تغییر می‌کند؟

پاسخ سؤال ۱: دو صفحه خازن به فاصله l از هم قرار گرفته است که بین آنها اختلاف پتانسیل V ایجاد شده است.

$$l = \text{مسافت}, \quad t = \text{زمان}$$

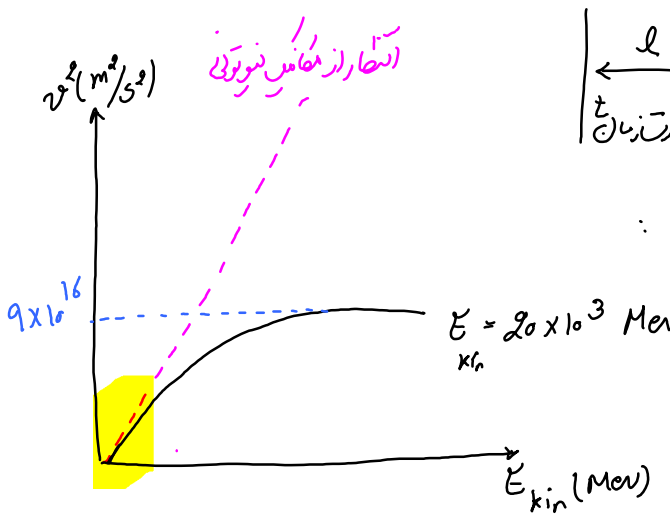
انرژی جنبشی الکترون‌ها: $E_{kin} = eV$ ①

سرعت الکترون‌ها: $v = \frac{l}{t}$

از مکانیک نیوتونی: $\frac{1}{2} m v^2 = E_{kin}$ ②

① ، ② $\Rightarrow$ $v^2 = \frac{2E_{kin}}{m_e} = \frac{2}{m_e} E_{kin}$ (شیب خط)

نتیجه مکانیک نیوتونی:



نتیجه آزمایش: مکانیک نیوتونی در آزمایش هم منطبق نشد. فقط در سرعت‌های پایین انطباق دارد.

پاسخ سؤال دوم:

معادلات ماکسول: $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ ، $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ، $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ، $\nabla \times \vec{B} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

شکل سرعت نور در معادلات ماکسول ظاهر می‌شود

این دستگاهی که نسبت به نور در حال حرکت است، برای نور سرعت‌های متفاوت می‌بیند و به این ترتیب معادلات ماکسول از یک دستگاه به دستگاه دیگر تغییر می‌کند. بنابراین معادلات ماکسول تحت تبدیلات گالیله‌ای ناوردا نیستند.

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که سرعت نور در تمامی دستگاه‌ها یکسان است. پس مکانیک نیوتونی با آزمایش تطبیق ندارد.

اصول نسبیت انیشتین: ۱- تمامی سیستم‌های لخت با هم معادل هستند. بنابراین قوانین فیزیکی در تمامی دستگاه‌های لخت یکسان نوشته می‌شوند.

۲- ما فرض هم سرعت تمامی ذرات برابر با سرعت نور در نظر گرفته که در تمامی دستگاه‌ها یکسان است.

یکی سنجه عربی است.

بدست آوردن تبدیلات لورنتس

تبدیلات گالیله: بازآوری : $x' = x - vt$ و $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$

v: سرعت دو دستگاه نسبت به هم

برای سادگی فرض می‌کنیم که دستگاه o' نسبت به o در جهت محور x حرکت می‌کند.

$$x' = \gamma(v)(x - vt) \quad \text{I} \longrightarrow \gamma(v) \simeq 1 : v \ll c$$

$$y' = \alpha(v) y \quad *$$

$$z' = \alpha(v) z$$

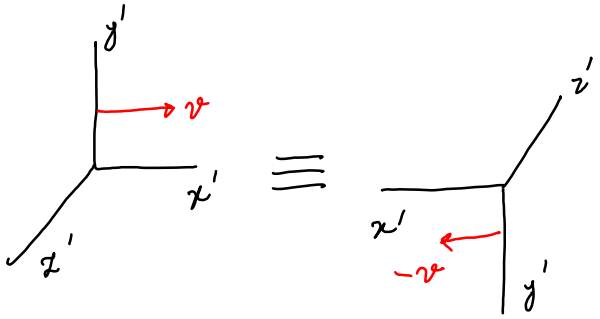
$$t' = \mu(v) t + \epsilon(v) x \quad *$$

نسبیت کلاسیک ← $v \ll c$

c v

سرعتهای بالا

قوانین فیزیک مستقل از دستگاه مختصات هستند، بنابراین جهت دستگاه‌ها و در نتیجه تغییر جهت سرعت هم نباید تغییری در معادلات ایجاد کند.



$$-x' = \gamma(-v)(-x + vt) \Rightarrow x' = \gamma(-v)(x - vt) \quad \text{II}$$

$$-y' = \alpha(-v)(-y) \Rightarrow y' = \alpha(-v) y \quad *'$$

$$-z' = \alpha(-v)(-z)$$

$$t' = \mu(-v) t + \epsilon(-v)(-x) \Rightarrow t' = \mu(-v) t - \epsilon(-v) x \quad *'$$

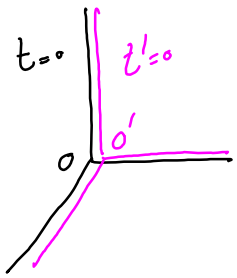
$*, *' \Rightarrow \alpha(v) = \alpha(-v)$

$\text{I}, \text{II} \Rightarrow \gamma(v) = \gamma(-v)$ ← γ تابع زوجی از v است

$*, *' \Rightarrow \mu(-v) = \mu(v)$, $\epsilon(-v) = -\epsilon(v)$

برای بدست آوردن روابط تبدیل از اصل ثابت بودن سرعت نور استفاده می‌کنیم. گرچه می‌توان بدون آن نیز روابط را یافت.

$c = c'$



یک سنگینال نوری از مبدأ مشترک دو دستگاه در $t = t' = 0$ ساطع می‌شود که در جهت محور x حرکت می‌کند.

بعد از زمان t ، سنگینال نوری به نقطه $x = ct$ می‌رسد (در دستگاه o) $t = x/c$

" " " t' " " " $x' = ct'$ می‌رسد (در دستگاه o') $t' = x'/c$

$$\text{I} : x' = \gamma(x - vt) \xrightarrow{t = x/c} x' = \gamma(x - vx/c)$$

$$\text{I} : x = \gamma(x' + vt') \xrightarrow{t' = x'/c} x = \gamma(x' + vx'/c)$$

روابط را ضرب می‌کنیم ⟶ $xx' = \gamma^2 x(1 - v/c)\, x'(1 + v/c)$

$$\Longrightarrow \quad \gamma^2(v) = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1} \Longrightarrow \quad \gamma = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \xrightarrow[v^2/c^2 \to 0]{v \ll c} \gamma = 1$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \beta = v/c}$$

معادلات Highlight شده، تبدیلات لورنتز نامیده می‌شوند.

راستش: $t' = x'/c \Longrightarrow t' = \dfrac{x/c - v/c\,(t)}{\sqrt{1-\beta^2}} \longrightarrow \boxed{t' = \dfrac{t - v/c^2\, x}{\sqrt{1-\beta^2}}}$, $\boxed{y' = y,\ z' = z}$

(ct, x/c)

روابط جمع سرعت‌های نسبتی

دستگاه O' نسبت به O با سرعت v_1 و دستگاه O'' نسبت به O' با سرعت v_2 حرکت می‌کند. سرعت دستگاه O'' نسبت به O کدام است؟

w

$$w = \frac{v_1 + v_2}{1 + \dfrac{v_1 v_2}{c^2}} \xrightarrow[v_2/c \ll 1]{\text{برای سرعت‌های کم}} w = v_1 + v_2 \quad \checkmark$$

$v_1 v_2/c^2 \to 0$