جلسه دوم اشعه x پراش اشعه x قانون براگ اثر کامپتون تولید زوج نانوی زوج

جذب فوتون ← ضریب اتلاف

اشعه x

سال ۱۸۹۵، رونتگن دریافت که وقتی الکترون‌های پرسرعت به یک ماده برخورد می‌کنند، تابشهایی با قدرت نفوذ بالا ایجاد می‌شوند.

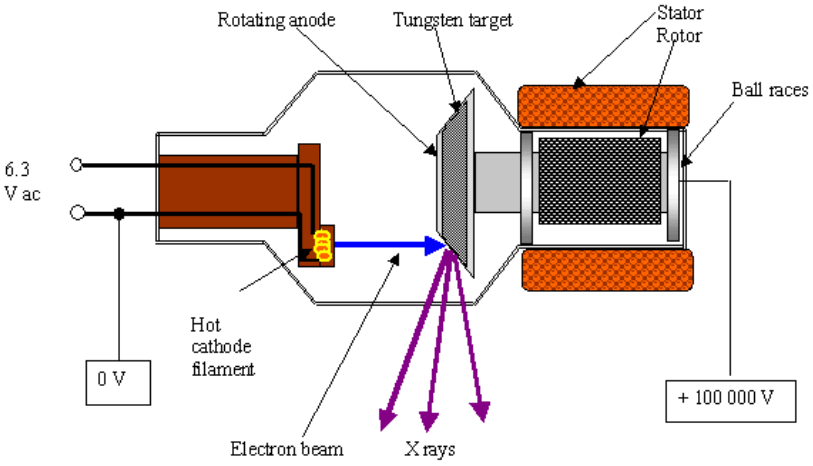
بعدها دریافتند که اشعه x بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند، میدانهای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ بر روی آن اثر ندارد، از مواد عبور می‌کند و باعث ایجاد رنگ فیلم عکاسی می‌شود.

هرچقدر سرعت الکترونهای فرودی بیشتر شود، قدرت نفوذ اشعه بیشتر می‌شود.

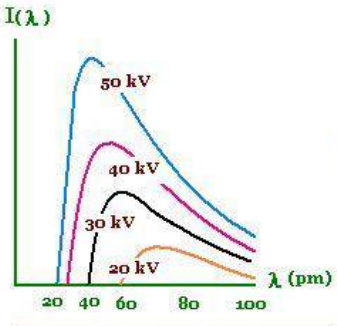
هرچقدر تعداد الکترونهای فرودی بیشتر شود، شدت اشعه بیشتر می‌شود.

استدلال علمی: طبق نظریه M ـ ج کلاسیک، ذره‌ای که بار دار باشد و در حال حرکت شتابدار باشد، تابش الکترومغناطیسی دارد. پس اشعه x همان امواج M ـ ج است.

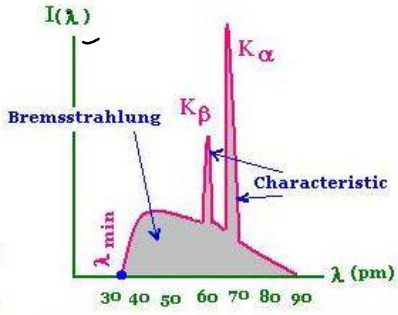
سال ۱۹۱۲: Max Vonlau دریافت که می‌توان از این اشعه برای یافتن فاصله شبکه‌ای کریستالی استفاده کرد و به این ترتیب، طول موج این اشعه را یافت. او طول موج اشعه را بین $0/13^{nm}$ و $0/048^{nm}$ تعیین کرد.



دستگاه تولید اشعه x



Bremsstrahlung continuous X-ray spectrum for the tungsten target for various acceleratin voltage

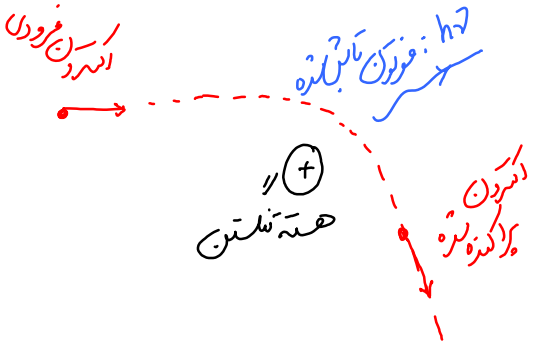


Bremsstrahlung and characteristic X-rays for a molybdenum target and 35 kV accelerating voltage

اشکال: در عکسهای بدست آمده از شدت اشعه x، دو مورد مشاهده می‌شود که با استدلال فیزیک کلاسیک، قابل توجیه نیستند:

۱) اگر نمودار شدت اشعه بر حسب λ را رسم کنیم، مشاهده می‌شود که در یک طول موج‌های خاص، یک دیده‌ی رشد می‌کند که این پدیده علاوه بر طیف پیوسته (Bremsstrahlung) دیده می‌شود. برای هر ماده این پیک‌ها در یک جای مشخص قرار دارد و یک اثر مهم کوانتومی است. بعداً خواهیم دید که این پیک‌ها به دلیل گذارهای انرژی تولید می‌شوند.

۲) دیده می‌شود در هر نمودار همانند λ_{min} وجود دارد که با افزایش ولتاژ کاهش می‌یابد. برای یک V خاص، λ_{min} برای همه مواد یکسان است.



توضیح شکل: نظریه کوانتومی تابش.

فرض کنیم الکترون پس از برخورد متوقف شود.

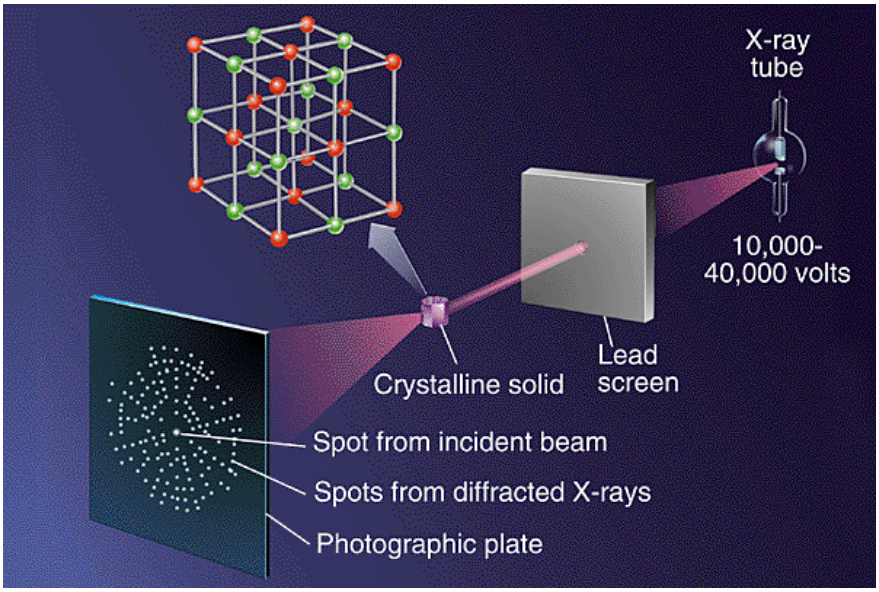
$$\text{انرژی جنبشی قبل برخورد} = eV$$

$$\text{بیشینه برخورد} = h\nu_{max}$$

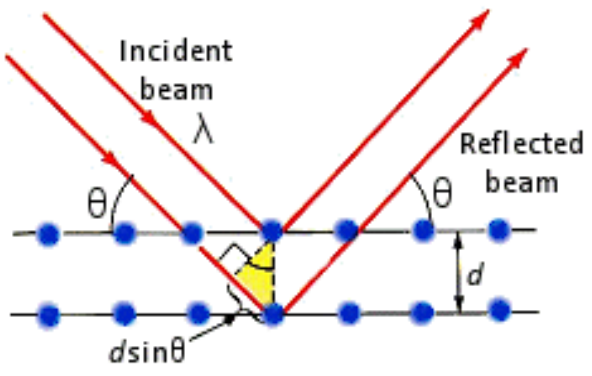
$$\Rightarrow eV = h\nu_{max} \Rightarrow \nu_{max} = \frac{eV}{h}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda_{min}} = \frac{eV}{h} \Rightarrow \boxed{\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}}$$

با استفاده از طرح پراش اشعه x می‌توان ساختار کریستالی را تعیین کرد.



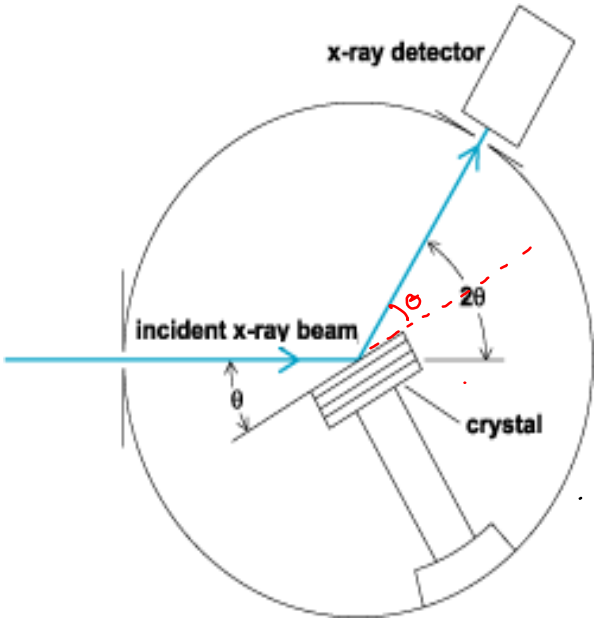
قانون براگ



اختلاف مسیر بین دو اشعه $= 2d\sin\theta$

اگر $2d\sin\theta = n\lambda$; $n = 1, 2, \ldots$

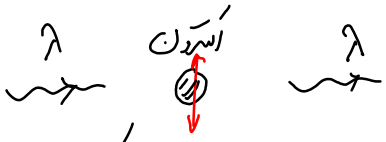
$\Rightarrow$ تداخل سازنده داریم



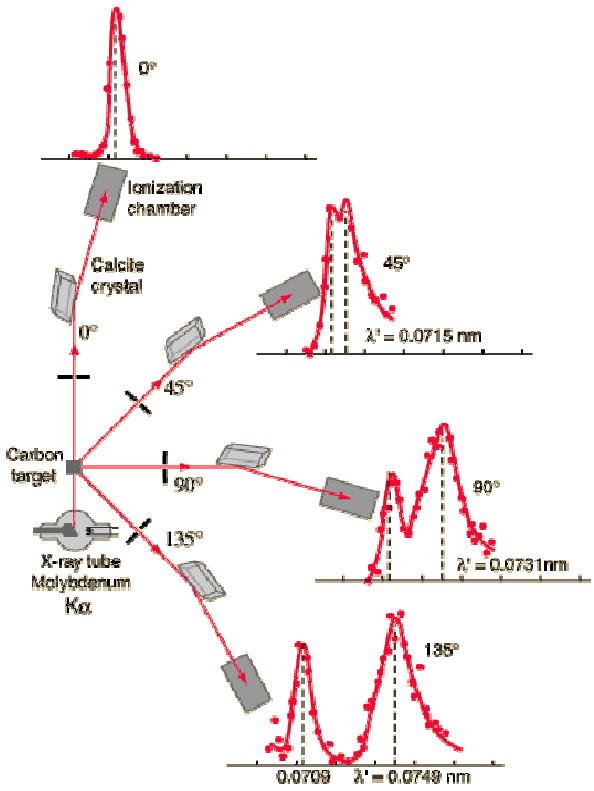
دستگاه اسپکترومتر کریستالی بر اساس قانون براگ طراحی شده است. جای آشکارساز در شکل می‌تواند طوری طراحی شود که زاویه‌های پراکنده شده را ثبت کند و هر سه پارامتر n, d, λ را به نحوی مشخص کنیم.

اثر کامپتون ← دهه ۱۹۲۰

موج تابیده شده به یک الکترون آزاد، با همان طول موج بین راستای خود مشاهده می‌شود.

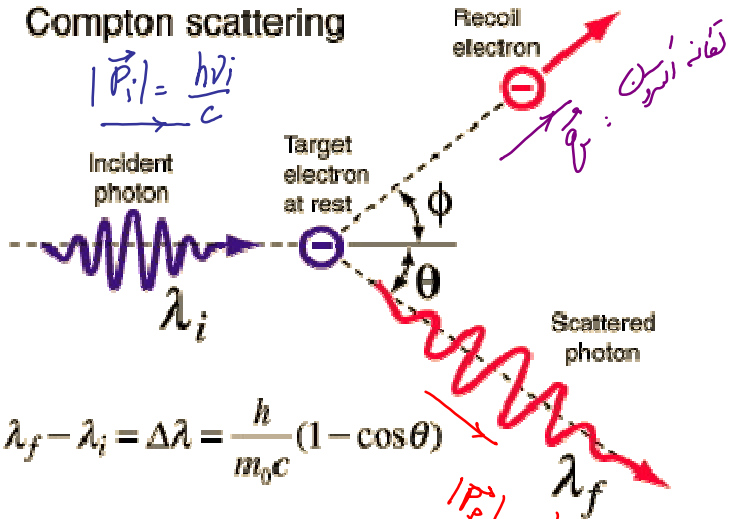


تفسیر کلاسیکی: میدان الکترومغناطیسی تابش تابیده شده، الکترون‌های آزاد سطح فلز را به نوسان درمی‌آورد و به دلیل شتاب‌دار بودن حرکت، الکترون تابش می‌کند. ترکیب تمامی این نوسانگرها، موج تابیده شده را ایجاد می‌کند که دارای همان فرکانس موج تابیده شده است.



مشاهده: علاوه بر طول موج اولیه یک طول موج کمی بلندتر نیز در نور پراکنده شده وجود دارد و تفاوت این طول موج دوم با طول موج اولیه به زاویه برخورد نور به فلز بستگی دارد.

رفع اشکال: تفسیر کوانتومی تابش



$|\vec{P}_i| = \frac{h\nu_i}{c}$

$|\vec{P}_f| = \frac{h\nu_f}{c}$

یادآوری: $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$

اگر $m=0 \Rightarrow E = pc$, $E = h\nu$

$E = \gamma m_0 c^2$; $p = \gamma m v$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ← انرژی جنبشی $E = m_0c^2 + K$

بقیه انرژی : $h\nu_i + m_0c^2 = h\nu_f + \sqrt{m_0^2c^4 + q^2c^2}$ I

انرژی درحال سکون الکترون — انرژی الکترون پس زده شده

بقیه تکانه : $\vec{P_i} = \vec{P_f} + \vec{q} \Rightarrow (\vec{P_i} - \vec{P_f})^2 = q^2 \Rightarrow P_i^2 + P_f^2 - 2\vec{P_i}\cdot\vec{P_f} = q^2$

$P_i P_f \cos\theta$

$P_i = \frac{h\nu_i}{c}$, $P_f = \frac{h\nu_f}{c} \Rightarrow (h\nu_i/c)^2 + (\frac{h\nu_f}{c})^2 - 2(\frac{h}{c})^2 \nu_i\nu_f \cos\theta = q^2$

q^2 را در رابطه I قرار داریم :

$$I: (h\nu_i + m_0c^2 - h\nu_f)^2 = m_0^2c^4 + q^2c^2$$

$$(h\nu_i)^2 + m_0^2c^4 + (h\nu_f)^2 + 2h\nu_i m_0c^2 - 2h\nu_f m_0c^2 - 2h^2\nu_i\nu_f = m_0^2c^4 + q^2c^2$$

$$(\frac{h\nu_i}{c})^2 + (\frac{h\nu_f}{c})^2 + 2hm_0\nu_i - 2h\nu_f m_0 - 2h^2/c^2\,\nu_i\nu_f = (\frac{h\nu_i}{c})^2 + (\frac{h\nu_f}{c})^2 - 2(\frac{h}{c})^2\nu_i\nu_f\cos\theta$$

$$\Rightarrow hm_0(\nu_i - \nu_f) = \frac{h^2}{c^2}\nu_i\nu_f(1-\cos\theta) \Rightarrow \nu_i - \nu_f = \frac{h}{m_0c^2}\nu_i\nu_f(1-\cos\theta)$$

$\div \nu_i\nu_f$ $\Rightarrow \frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i} = \frac{h}{m_0c^2}(1-\cos\theta)$ $\xrightarrow{\nu = c/\lambda}$

$$\boxed{\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)}$$

طول موج کامپتون : $\lambda_c = 2/426 \times 10^{-12}\ m$

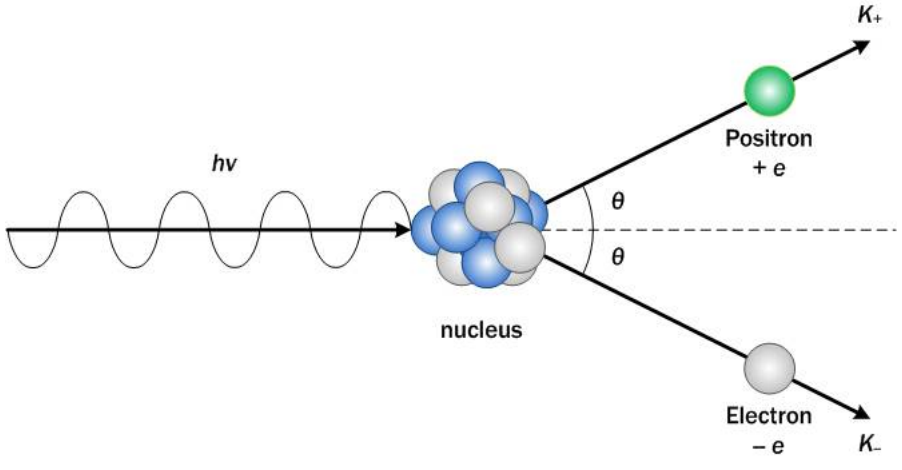
برای این که این انحراف طول موج دیده شود باید از اشعه‌هایی با طول موج کوتاه استفاده کرد.

علاوه بر λ_f طول موج اولیه نیز مشاهده می‌شود که به دلیل پراکندگی فوتون از هسته‌های فلزات :

$$\lambda_f' - \lambda_i' = \frac{h}{m_N c}(1-\cos\theta) \simeq 0$$

جرم هسته

تولید زوج



بایستگی انرژی : $h\nu + E_N = E_N + \gamma m_0 c^2 + \gamma m_0 c^2 = E_N + m_0 c^2 + K_{e^-} + m_0 c^2 + K_{e^+}$

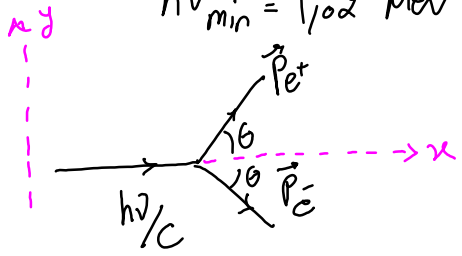
فرض کنید، e^- و e^+ فقط تولیدی سکون و انرژی جنبشی ندارند.

$\Rightarrow h\nu = 2\gamma m_0 c^2$ *

$K_{e^-} = K_{e^+} = 0 \Rightarrow h\nu_{min} = 2m_0 c^2$

کمینه انرژی لازم برای تولید زوج e^- ، e^+ و برابر انرژی در حال سکون الکترون است $h\nu_{min} = 1.02$ MeV

- فرض کنید هسته وجود ندارد و بایستگی تکانه را می‌نویسیم.



x بیت : $\frac{h\nu}{c} = p_{e^+}\cos\theta + p_{e^-}\cos\theta = 2p\cos\theta$ ($p_{e^-} = p_{e^+}$)

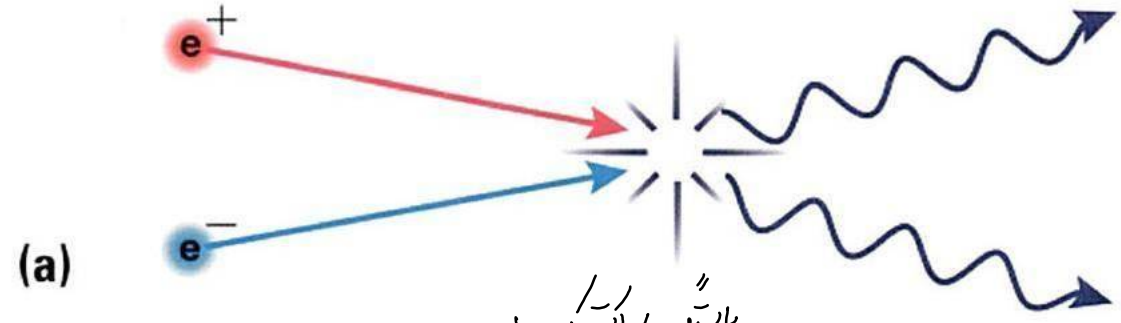
y بیت : $0 = p_{e^+}\sin\theta - p_{e^-}\sin\theta$ ✓

$\Rightarrow h\nu = 2pc\cos\theta$, $p = \gamma m_0 v \Rightarrow \frac{h\nu}{2c\cos\theta} = \gamma m_0 v \Rightarrow h\nu = 2c\,\gamma m_0 v\cos\theta$

$\Rightarrow h\nu = 2 \times \gamma m_0 c^2 (v/c)\cos\theta$ ($v/c < 1$, $\cos\theta < 1$) $\Rightarrow h\nu < 2\gamma m_0 c^2$ ← در تضاد با رابطه * است.

* تمرین : بایستگی تکانه را در حضور هسته بنویسید.

نابودی زوج



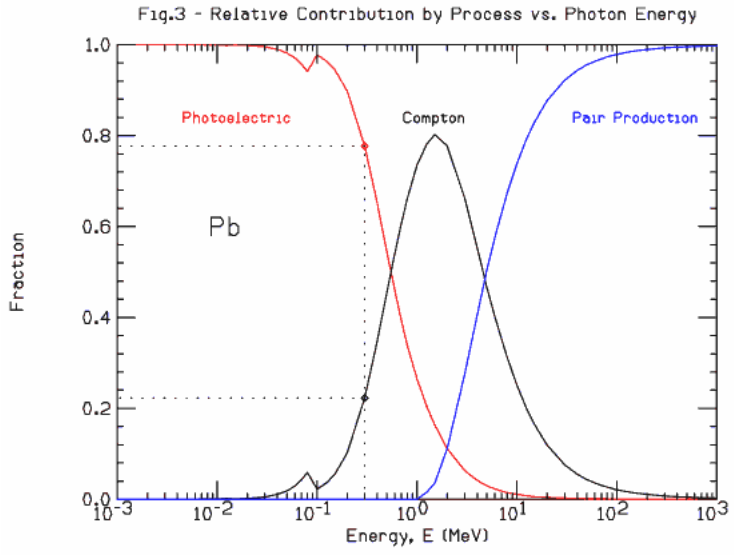
$e^+ + e^- \rightsquigarrow \gamma + \gamma$ ← بایستگی بار الکتریکی، تکانه خطی، انرژی

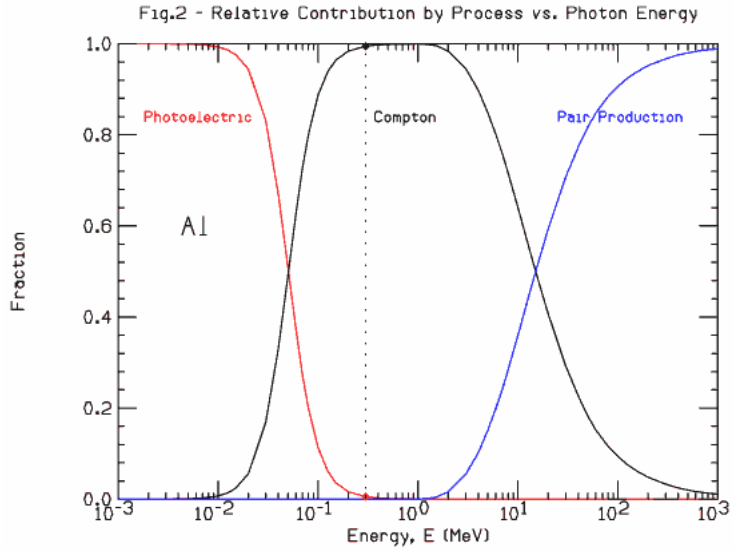
* تمرین : نشان دهید انرژی فوتون تولید شده بایستگی انرژی برقرار نیست.

photoelectric : $h\nu$ + هسته → e^-

Compton : $h\nu$ + الکترون → $h\nu'$ + e^-

pair production : $h\nu$ + هسته → e^- + e^+ + هسته





سؤال: چرا اثر فوتوالکتریک در انرژی پایین تر نسبت به اثر کامپتون رخ می دهد؟

در اینجا باید دقت کرد که اثر فوتوالکتریک در مورد الکترون های مقید رخ می دهد. اگر انرژی فوتون فرودی از یک حد آستانه کمتر باشد خروج الکترون مشاهده نمی شود. اگر انرژی از حد آستانه بیشتر شود، ذره از سیستم جدا شده و تمام انرژی فوتون توسط ذره جذب می شود و خروج e مشاهده می شود. حال اگر انرژی از حد آستانه خیلی بیشتر شود، مقداری از این انرژی به الکترون داده شده و از حد هسته رها می شود (با مقدار خیلی زیادی) آن توسط فوتون حمل می شود. در این حالت آنقدر قید e به هسته از طرف فوتون فرودی کم است که آن را آزاد می بینید ← مثال موجه در الکترودینامیک

جذب فوتون

I: شدت اشعه فرودی: آهنگ انتقال انرژی در واحد سطح اشعه

$\frac{-dI}{I}$: کسری از انرژی که در هنگام عبور از یک ماده به ضخامت dx تلف می شود:

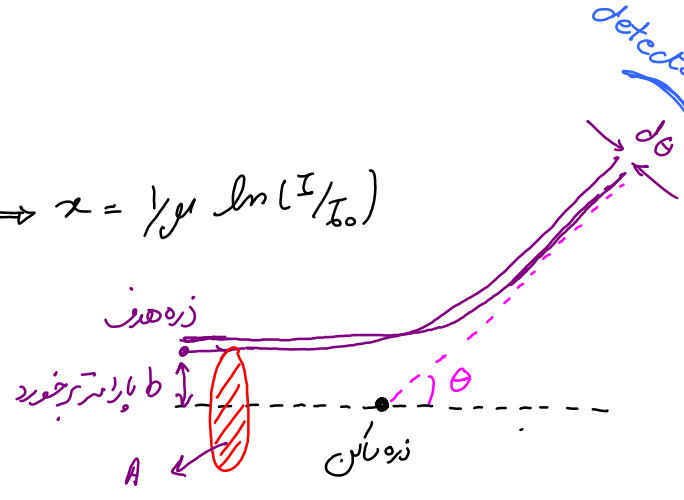
ضریب تلفات

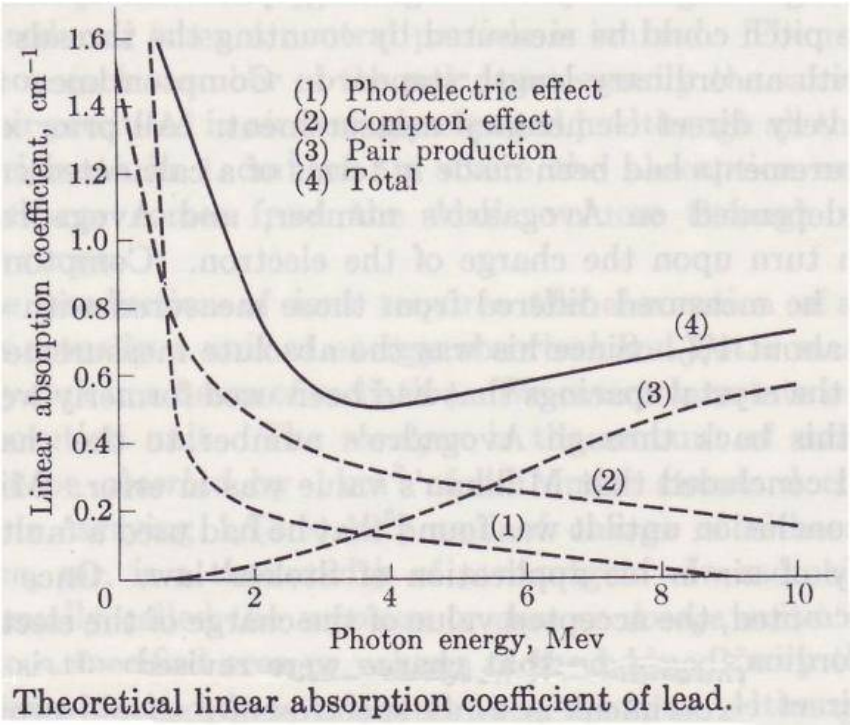
$$\frac{-dI}{I} = \mu\, dx$$

$\mu = \sigma \rho$ ← چگالی ماده

سطح مقطع

$$\ln I = -\mu x + C \Rightarrow I = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow x = 1/\mu \ln(I/I_0)$$





Theoretical linear absorption coefficient of lead.

سطح مقطع دیفرانسیلی : $\sigma(\theta) = \frac{\text{تعداد ذرات فرودی در واحد سطح}}{\text{تعداد برهم‌کنش‌هایی که منجر به پراکندگی در داخل } d\Omega \text{ در زاویه } \theta \text{ می‌شود}}$

$d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$