



واحد علوم و تحقیقات
دانشکده مرکز تحقیقات فیزیک

عنوان درس: مکانیک کوانتومی پیشرفته 1	مدت زمان برگزاری امتحان: 120 دقیقه
نام و نام خانوادگی استاد: شهنوش رفیع بخش	نام و نام خانوادگی دانشجو:
تاریخ برگزاری امتحان: 1393/10/27	شماره دانشجویی:
ساعت برگزاری امتحان: 10:30	مقطع و رشته تحصیلی: کارشناسی ارشد

امتحان کتاب باز / کتاب بسته می باشد. دانشجو مجاز به استفاده از ماشین حساب می باشد / نمی باشد .
وسایلی که دانشجو مجاز است در جلسه امتحان از آن استفاده نماید:

بارم نمرات

صفحه 1

3 نمره

1) تابع همبستگی که به صورت $C(t) = \langle x(t)x(0) \rangle$ تعریف می شود را در نظر بگیرید؛ که $x(t)$ عملگر مکان در تصویر هایزنبرگ است. تابع همبستگی را برای حالت پایه نوسانگر هارمونیک ساده بیابید.

4 نمره

2) ذره ای به جرم m را در نظر بگیرید که در پتانسیل زیر حرکت می کند. انرژی حالت پایه این ذره را با استفاده از تقریب WKB تخمین بزنید. راهنمایی:

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 & x > 0 \\ \infty & x \leq 0 \end{cases}$$

3) عملگر V را در نظر بگیرید که در رابطه جابجایی زیر صدق می کند:

4 نمره

$$[J_i, V_j] = i \hbar \epsilon_{ijk} V_k$$

الف- با اثبات رابطه زیر نشان دهید، $e^{-i\phi J_x / \hbar}$ عملگر متناظر با چرخش حول محور x به اندازه زاویه ϕ می باشد.

$$e^{-i\phi J_x / \hbar} V_j e^{i\phi J_x / \hbar} = R_{ij} V_j$$

در رابطه بالا R_{ij} مولفه های ماتریس چرخش حول محور x هستند. راهنمایی: در نظر بگیرید $X_i = e^{-i\phi J_x / \hbar} V_i e^{i\phi J_x / \hbar}$ و از آن نسبت به ϕ مشتق بگیرید. ب- ثابت کنید:

$$e^{i\pi J_x / \hbar} |j, m\rangle = |j, -m\rangle$$

3 نمره

4) ذره ای با بار q در صفحه xy حرکت می کند و تحت تاثیر میدان مغناطیسی در جهت z قرار گرفته است (پتانسیل الکتروستاتیکی $\phi = 0$ و پتانسیل برداری از رابطه $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ بدست می آید). عملگرهای \mathbf{R} و \mathbf{p} را بصورت زیر تعریف می کنیم ($c = 1$):

$$\mathbf{p} = \frac{1}{qB} \hat{e}_z \times (\mathbf{p} - q\mathbf{A}), \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{p}$$

که \mathbf{p} و \mathbf{r} عملگرهای مکان و ممتوم هستند. الف- نشان دهید:

$$[\rho_x, \rho_y] = i r_B^2, \quad [R_x, R_y] = -i r_B^2$$

که $r_B^2 = \frac{\hbar}{qB}$ تعریف می شود.

ب- نشان دهید با تعریف صحیحی از ω ، هامیلتونی این سیستم را می توان بصورت $H = \hbar \omega (a^\dagger a + \frac{1}{2})$ نوشت که a بصورت زیر تعریف می شود:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2} r_B} (\rho_x + i \rho_y)$$

استاد گرامی: لطفاً سؤالات امتحانی را ترجیحاً تایپ نمایید، در غیر این صورت سؤالات امتحانی را فقط با خودکار مشکی و خوانا مرقوم فرمائید.

دانشجویان محترم، ضمن آرزوی موفقیت برای شما، لازم است به نکات ذیل به دقت توجه فرمائید:
- پس از دریافت این برگه مشخصات خود را به طور کامل و خوانا در بالای آن یادداشت نمایید.
- در این برگه نباید مطالب درسی نوشته شود و پس از اتمام امتحان به انضمام پاسخنامه تحویل گردد.
- مدت زمان تعیین شده توسط اساتید محترم جهت امتحان، به هیچ وجه قابل افزایش نمی باشد.
- از همراه داشتن هر گونه دست نوشته، کیف، کتاب، جزوات آموزشی و تلفن همراه در جلسات امتحانی جداً خودداری نمایید.